



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Procesy stochastyczne		11.1.0371	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
null			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>drugiego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł	matematyka teoretyczna, matematyka finansowa
		specjalnościowy	
specjalizacja	wszystkie		
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
prof. dr hab. Tomasz Szarek; dr Aneta Gospodarczyk; dr Piotr Zwierkowski			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Cykl dydaktyczny</b>			
2016/2017 zimowy			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		- polski - angielski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
- Rozwiązywanie zadań - Wykład problemowy		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		- Zaliczenie na ocenę - Egzamin	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia</b>			
<b>zakładany efekt kształcenia</b>	<b>Egzamin</b>	<b>Zaliczenie</b>	<b>Obserwacja postawy studenta</b>
		Wiedza	
K_W01	+		
K_W02	+		
K_W03	+		
		Umiejętności	
K_U01	+	+	
K_U02			+
K_U03			+
<b>Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi</b>			
<b>A. Wymagania formalne</b>			
Rachunek prawdopodobieństwa			

<p><b>B. Wymagania wstępne</b></p> <p>Knowledge of probability theory</p>	
<p><b>Cele kształcenia</b></p> <p>Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawami teorii procesów stochastycznych, konstrukcją procesu Wienera i jego podstawowymi własnościami, podstawami teorii martyngałów oraz wprowadzenie do całki stochastycznej.</p>	
<p><b>Treści programowe</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definicja procesu stochastycznego; przykłady; rozkłady skończenie wymiarowe; trajektorie procesu; wersja procesu.</li> <li>2. Twierdzenia Kołmogorowa (o istnieniu procesu stochastycznego, o ciągłej wersji procesu).</li> <li>3. Definicja procesu Wienera; istnienie procesu Wienera; własności (prawo iterowanego logarytmu; ciągłość i nieróżniczkowalność trajektorii).</li> <li>4. Warunkowa wartość oczekiwana, definicja, własności.</li> <li>5. Czasy zatrzymania. Martyngały, podmartyngały, nadmartyngały. Nierówność Dooba.</li> <li>6. Całka stochastyczna funkcji skokowej, definicja i własności; Całka Itô, definicja i własności. Całka nieoznaczona. Wzór Itô. Różniczka stochastyczna.</li> </ol>	
<p><b>Wykaz literatury</b></p> <p>W. Feller, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, PWN 2006              I. I. Gichman, A. W. Skorochod, Wstęp do teorii procesów stochastycznych, PWN, 1968.              J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, Script, 2000.              I. Karatzas, S. E. Shreve, Brownian motion and stochastic calculus, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1988.              A. D. Wentzell, Wykłady z teorii procesów stochastycznych, PWN 1980.</p>	
<p><b>Efekty kształcenia (obszarowe i kierunkowe)</b></p>	<p><b>Wiedza</b></p> <p>Student</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zna definicje procesu stochastycznego oraz trajektorii procesu; zna warunki zgodności oraz ich związek z twierdzeniem Kołmogorowa o istnieniu procesu stochastycznego; zna twierdzenie Kołmogorowa o ciągłej wersji procesu; zna definicję procesu Wienera; zna prawo iterowanego logarytmu; zna prawo 0-1 Kołmogorowa; wie, że trajektorie procesu Wienera są ciągłe i nieróżniczkowalne; zna definicję oraz własności warunkowej wartości oczekiwanej; zna definicję filtracji oraz pojęcie adaptowalności procesu do filtracji; zna definicję czasu zatrzymania; zna definicje: martyngału, podmartyngału, nadmartyngału z czasem dyskretnym i ciągłym; zna nierówność Dooba; zna definicję procesu ośrodkowego; zna definicję funkcji nieantycypującej względem filtracji; zna pojęcia infimum oraz supremum istotnego; zna definicje klas funkcji <math>L^2_W</math>, <math>M^2_W</math>; zna definicję funkcji skokowej; zna twierdzenia dotyczące aproksymacji funkcji za pomocą funkcji skokowych; zna definicję całki stochastycznej z funkcji skokowej względem ruchu Browna; zna konstrukcję całki stochastycznej względem ruchu Browna funkcji z klasy <math>L^2_W</math>; zna własności całki stochastycznej; zna twierdzenie dotyczące aproksymacji całki stochastycznej; zna definicję całki nieoznaczonej; zna twierdzenie o ciągłej wersji całki nieoznaczonej funkcji z klasy <math>L^2_W</math>; zna definicję różniczki stochastycznej; zna formułę Itô; zna twierdzenie o różniczkę iloczynu - K_W02, K_W03</li> <li>• zna podstawowe pojęcia i twierdzenia z zakresu rachunku prawdopodobieństwa, które występują w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - K_W01</li> <li>• zna podstawowe pojęcia i twierdzenia z zakresu teorii miary i całki Lebesgue'a występujące w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - K_W01</li> </ul>
	<p><b>Umiejętności</b></p> <p>Student</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• potrafi podać jako przykład procesu stochastycznego proces Poissona, omówić jego konstrukcję oraz podać jego zastosowania; zna pojęcie rozkładu skończenie wymiarowego; potrafi omówić konstrukcję procesu Wienera; potrafi udowodnić własności warunkowej wartości oczekiwanej; potrafi wyznaczyć warunkową wartość oczekiwaną; potrafi podać przykłady czasów zatrzymania;</li> </ul>

	<p>potrafi podać przykład martyngału; umie podać interpretację podmartyngału (nadmartyngału, podmartyngału) w terminach gry sprawiedliwej; umie podać przykłady procesów stochastycznych związanych z ruchem Browna (most Browna, arytmetyczny oraz geometryczny ruch Browna) oraz podać ich własności; potrafi udowodnić liniowość całki stochastycznej z funkcji skokowej oraz z dowolnej funkcji całkowalnej z klasy <math>L^2_W</math>; potrafi zastosować własność izometrii dla całki stochastycznej; potrafi pokazać, że całka nieoznaczona funkcji z klasy <math>M^2_W</math> jest martyngałem; potrafi w szczególnych przypadkach wyznaczyć różniczkę stochastyczną oraz całkę stochastyczną; potrafi zastosować formułę Ito - K_U01, K_U02</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• umie poprawnie posługiwać się podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa oraz procesów stochastycznych K_U03</li> </ul>
<b>Kompetencje społeczne (postawy)</b>	
<b>Kontakt</b>	