

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Computational Mathematics of Evolutionary Equations, PG_00174529						
Kierunek studiów	Matematyka (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2025/2026		
Poziom kształcenia	II stopnia		Grupa zajęć		Grupa zajęć fakultatywnych		
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	1		Język wykładowy		angielski		
Semestr studiów	2		Liczba punktów ECTS		6.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		egzamin		
Jednostka prowadząca	Rektor -> Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki -> Instytut Matematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr hab. Karolina Kropielnicka				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		10.0		80.0	150
Cel przedmiotu	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z numerycznymi metodami rozwiązywania równań ewolucyjnych, czyli takich, które opisują zmiany w czasie i przestrzeni w modelach matematycznych z obszarów fizyki, biologii, chemii i inżynierii. W trakcie kursu omawiane są sposoby dyskretyzacji czasowej i przestrzennej (m.in. metody różnic skończonych, elementów skończonych i spektralne) oraz numeryczne algorytmy wykorzystywane do ich rozwiązywania. Szczególny nacisk położony jest na zrozumienie własności algorytmów takich jak dokładność, stabilność, wydajność i odporność numeryczna.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATMU2_W01] zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki	Student zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych metod numerycznych stosowanych do równań różniczkowych cząstkowych i zwyczajnych, w szczególności zagadnień dotyczących stabilności, zbieżności i błędów obliczeń.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_U04] potrafi, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki	Student potrafi zaawansowanie stosować oraz precyzyjnie przedstawiać w formie pisemnej i ustnej wybrane metody numeryczne z dziedziny matematyki obliczeniowej dotyczące równań ewolucyjnych.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_W02] zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozmowań matematycznych	Student zna i rozumie istotę konstrukcji rozumowań matematycznych oraz ich rolę w formułowaniu, analizie i weryfikacji metod numerycznych stosowanych do równań ewolucyjnych.	[SW1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MATMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Student jest świadomy złożoności metod numerycznych stosowanych do równań ewolucyjnych oraz ograniczeń swojej wiedzy w tym zakresie i wykazuje gotowość do dalszego samodzielnego uczenia się i pogłębiania kompetencji matematyczno-obliczeniowych.	[SK4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Student potrafi precyzyjnie formułować pytania dotyczące metod numerycznych i modeli równań ewolucyjnych, w celu pogłębienia własnego rozumienia tematu oraz identyfikacji luk w rozumowaniu lub obliczeniach.	[SK4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych	Student jest gotów do samodzielnego wyszukiwania i korzystania z literatury matematycznej i obliczeniowej, w tym w języku angielskim, w celu pogłębiania wiedzy i rozwiązywania problemów numerycznych.	[SK8] obserwacja samodzielnego lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_U05] potrafi w wybranej dziedzinie przeprowadzać dowody, w których stosuje w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki	Student potrafi przeprowadzać dowody matematyczne w zakresie metod numerycznych równań ewolucyjnych, wykorzystując w razie potrzeby narzędzia z innych działów matematyki.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	Student rozumie znaczenie uczciwości intelektualnej w pracy obliczeniowej i badawczej, potrafi wskazać źródła wykorzystywanych rozwiązań oraz postępuje etycznie przy tworzeniu kodu, analizie wyników i współpracy z innymi.	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MATMU2_W03] zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki	Student zna i rozumie w pogłębiony sposób metody matematyki obliczeniowej stosowane do równań ewolucyjnych, rozumie ich powiązania z innymi działami matematyki (takimi jak analiza funkcjonalna, algebra liniowa czy analiza zespolona) oraz potrafi interpretować i analizować aktualne problemy badawcze w tej dziedzinie.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny

	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATMU2_U01] potrafi konstruować rozumowania matematyczne: dowodzić twierdzenia, jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów	Student potrafi formułować i uzasadniać twierdzenia dotyczące własności metod numerycznych (takich jak stabilność, zbieżność, czy zachowanie energii), a także weryfikować ich poprawność poprzez konstrukcję przykładów i kontrprzykładów.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_U03] potrafi rozumieć teksty matematyczne, o różnym charakterze, z wybranych dziedzin matematyki	Student potrafi rozumieć teksty matematyczne o różnym charakterze, w szczególności dotyczące metod numerycznych i równań ewolucyjnych, umożliwiające efektywne uczenie się i samodzielne rozwiązywanie problemów.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MATMU2_U07] potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami w swojej dziedzinie, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków	Student potrafi określić swoje zainteresowania w obszarze matematyki obliczeniowej i równań ewolucyjnych oraz rozwijać je, w tym nawiązywać kontakt i rozumieć wykłady specjalistów skierowane do młodych badaczy.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/ dyskusja
	[MATMU2_U06] potrafi zastosować metody i przykłady z wybranej dziedziny matematyki w pokrewnych dziedzinach	Student potrafi zastosować metody numeryczne i przykłady z matematyki obliczeniowej równań ewolucyjnych w pokrewnych dziedzinach matematyki i nauk stosowanych.	[SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Student jest gotów formułować świadome i uzasadnione opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych związanych z metodami numerycznymi i równaniami ewolucyjnymi.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta

1.
Wprowadzenie do równań ewolucyjnych:
 - Przykłady zjawisk modelowanych równaniami ewolucyjnymi (fala, dyfuzja, Schrödingera).
2.
Wstęp do matematyki obliczeniowej równań ewolucyjnych:
 - Dyskretyzacja czasoprzestrzenna: pojęcie siatki, krok czasowy i przestrzenny.
 - Kryteria jakości algorytmów: dokładność, stabilność, zbieżność, efektywność.
3.
Dyskretyzacja czasowa:
 - Metody jawne i niejawne (Euler, Crank-Nicolson, Runge-Kutta).
 - Stabilność i sztywność równań (A-stabilność, L-stabilność).
4.
Dyskretyzacja przestrzenna:
 - Metody różnic skończonych (FDM).
 - Metody elementów skończonych (FEM).
 - Metody spektralne podstawy i zastosowania.
5.
Rozwiązywanie równań ewolucyjnych:
 - Połączenie dyskretyzacji czasowej i przestrzennej.
 - Schematy dla równań parabolicznych, hiperbolicznych i Schrödingera.
6.
Analiza numeryczna algorytmów:
 - Źródła błędów: obcięcie, zaokrąglenie.
 - Warunek Couranta-Friedrichsa-Lewyego (CFL).
 - Konserwacja wielkości fizycznych (np. energii) w algorytmach.
7.
Implementacja i wizualizacja:
 - Implementacja w Pythonie (NumPy, Matplotlib, SciPy).
 - Wizualizacja rozwiązań przebiegi czasowe, profile przestrzenne.

	8. Zagadnienia wybrane i projekty studenckie: Rozwiązania do problemów rzeczywistych (np. fala na granicy, rozchodzenie się ciepła). Projekty z wykorzystaniem rzeczywistych modeli fizycznych lub biologicznych.		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Wymagania wstępne: Podstawowa znajomość analizy matematycznej (pochodne, całki, podstawowe równania różniczkowe). Znajomość podstaw algebry liniowej (układy równań liniowych, macierze, przestrzenie liniowe). Umiejętność programowania w Pythonie na poziomie podstawowym (zmienne, pętle, funkcje, praca z bibliotekami numerycznymi np. NumPy). Umiejętność komunikowania się w języku angielskim na poziomie umożliwiającym udział w wykładach i ćwiczeniach prowadzonych w tym języku. Wymagania dodatkowe (zalecane): Odbyte zajęcia z przedmiotu <i>Foundations of Computational Mathematics</i> (nieobowiązkowe, ale pomocne). Znajomość podstawowych metod numerycznych (np. metody Eulera, interpolacja, całkowanie numeryczne). Zainteresowanie zastosowaniami matematyki w naukach przyrodniczych i inżynierii.		
Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe) obserwacja postawy studenta egzamin	Próg zaliczeniowy 51.0% 51.0%	Składowa oceny końcowej 0.0% 100.0%
Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur Uzupełniająca lista lektur Adresy eZasobów	1. Peter Deuflhard, Folkmar Bornemann, Scientific computing with ordinary differential equations, Springer, 2002. 2. Peter Deuflhard, Martin Weiser, Adaptive numerical solution of pdes, DeGruyter, 2012. 3. Ernst Hairer, Gerhard Wanner, Solving ordinary differential equations II, 2nd edition, Springer, 1996. 4. A. Iserles, A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations, CUP, 2009. 1. Peter Deuflhard, Folkmar Bornemann, Scientific computing with ordinary differential equations, Springer, 2002. 2. Peter Deuflhard, Martin Weiser, Adaptive numerical solution of pdes, DeGruyter, 2012. 3. Ernst Hairer, Gerhard Wanner, Solving ordinary differential equations II, 2nd edition, Springer, 1996. 4. A. Iserles, A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations, CUP, 2009.	

Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	• Różnice między metodami jawnymi a niejawnymi w dyskretyzacji czasowej. • Stabilność metod numerycznych pojęcie A-stabilności i jej znaczenie. • Dyskretyzacja przestrzenna: porównanie metod różnic skończonych, elementów skończonych i spektralnych.
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.