

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Algebry Clifforda, PG_00179213						
Kierunek studiów	Matematyka (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2025/2026		
Poziom kształcenia	II stopnia		Grupa zajęć				
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	1		Język wykładowy		polski		
Semestr studiów	2		Liczba punktów ECTS		5.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		zaliczenie		
Jednostka prowadząca							
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr hab. Ewa Tyszkowska				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	0.0	0.0	0.0	0.0	30.0	30
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	30		5.0		90.0	125
Cel przedmiotu	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z tematyką algebr Clifforda i wyjaśnienie jak obroty w R^n są indukowane przez działanie pewnej grupy $Spin(n)$ na R^n w sposób, który uogólnia działania zespolonych liczb o module 1 na R^2 i działania jednostkowych kwaternionów na R^3 . Grupa $Spin(n)$, zwana grupą spinorową, jest zdefiniowana jako grupa jedności algebry Clifforda Cl_n stowarzyszonej z R^n . Seminarium poświęcone jest algebrze Clifforda oraz grupom $Spin$ i Pin , łącznie ze strukturami algebry Clifforda $Cl_{\{p,q\}}$ stowarzyszonej z niezdegenerowaną symetryczną formą dwuliniową z sygnaturą (p,q) oraz twierdzeniem o 8-okresowości takich algebr.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych	Student potrafi samodzielnie wyszukiwać potrzebne informacje w literaturze zarówno w języku ojczystym jak i w językach obcych	[SK2] prezentacja/projekt/referat/raport
	[MATMU2_U04] potrafi, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki	Student potrafi przedstawić w mowie i na piśmie metody używane przy studiowaniu algebr Clifforda	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja
	[MATMU2_U03] potrafi rozumieć teksty matematyczne, o różnym charakterze, z wybranych dziedzin matematyki	Student jest w stanie zrozumieć teksty matematyczne dotyczące algebr Clifforda	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja
	[MATMU2_U09] potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać wystąpienia ustne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z wybranej dziedziny matematyki	Student potrafi przygotować i wygłosić referat w języku polskim i angielskim na zadany temat ze studiowanej dziedziny	[SU2] prezentacja/projekt/referat/raport
	[MATMU2_U07] potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać; w szczególności jest w stanie nawiązać kontakt ze specjalistami w swojej dziedzinie, np. rozumieć ich wykłady przeznaczone dla młodych matematyków	Student potrafi określić swoje zainteresowania i je rozwijać poprzez czytanie literatury lub słuchanie wykładów dotyczących tych zainteresowań	[SU2] prezentacja/projekt/referat/raport
	[MATMU2_W07] zna i rozumie podstawowe uwarunkowania prawne i etyczne związane z działalnością naukową i dydaktyczną	Student zna i rozumie podstawowe uwarunkowania prawne i etyczne związane z działalnością naukową i dydaktyczną	[SW1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja
	[MATMU2_W03] zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki	Student zna i rozumie w sposób pogłębiony dziedzinę dotyczącą algebr Clifforda oraz ich powiązania z innymi działami matematyki	[SW2] prezentacja/projekt/referat/raport
	[MATMU2_U05] potrafi w wybranej dziedzinie przeprowadzać dowody, w których stosuje w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki	Student potrafi dowodzić omawiane twierdzenia stosując w razie potrzeby narzędzia z innych działów matematyki	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja
	[MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Student potrafi precyzyjnie formułować pytania służące do pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezienia brakujących elementów rozumowania	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Student potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych	[SK1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja
	[MATMU2_U02] potrafi wyrażać treści matematyczne w mowie i na piśmie, w tekstach matematycznych o różnym charakterze	Student potrafi omówić w mowie i na piśmie treści matematyczne z zadanego tematu	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/diskusja [SU3] opracowanie tekstowe/praca pisemna
	[MATMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Student zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	Student rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób, postępuje etycznie	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta

	<table><tr><th>Efekt kierunkowy</th><th>Efekt z przedmiotu</th><th>Sposób weryfikacji i oceny efektu</th></tr><tr><td>[MATMU2_U08] potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać prace pisemne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z wybranej dziedziny matematyki</td><td>Student potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać prace pisemne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z dziedziny algebry Clifforda</td><td>[SU3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna</td></tr></table>	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu	[MATMU2_U08] potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać prace pisemne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z wybranej dziedziny matematyki	Student potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać prace pisemne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z dziedziny algebry Clifforda	[SU3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna											
Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu																
[MATMU2_U08] potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać prace pisemne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z wybranej dziedziny matematyki	Student potrafi w pogłębiony sposób przygotowywać prace pisemne w języku polskim i co najmniej jednym języku obcym, z dziedziny algebry Clifforda	[SU3] opracowanie tekstowe/ praca pisemna																
Treści przedmiotu	• Algebry tensorowe. Algebry zewnętrzne. • Formy kwadratowe. • Grupy ortogonalne $O(Q)$ i $SO(Q)$. • Maksymalna podzestrzeń ortogonalna. Rozkład Witta • Definicje algebry Clifforda $Cl(Q)$. Przykłady niskowymiarowych rzeczywistych algebr Clifforda. • Twierdzenie o uniwersalności algebry Clifforda. • Baza algebry Clifforda. • Centrum algebr $Cl(Q)$ i $Cl(Q)^+$ • Klasyfikacja rzeczywistych i zespolonych algebr Clifforda. • Grupy Clifforda. • Grupy Spin i Pin. • Reprezentacje spinorowe algebry $Cl(Q)$. Macierze Diraca. • Reprezentacje spinorowe algebry $Cl(Q)^+$. Macierze Pauliego. • Okresowość algebr Clifforda $Cl(p,q)$. • Grupy $Pin(p,q)$ i $Spin(p,q)$ jako podwójne nakrycia • Spin różnorodności (o ile czas pozwoli).																	
Wymagania wstępne i dodatkowe	Podstawowe wiadomości z algebry liniowej i algebry ogólnej																	
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	<table><tr><th>Sposób oceniania (składowe)</th><th>Próg zaliczeniowy</th><th>Składowa oceny końcowej</th></tr><tr><td>Obserwacja postawy studenta</td><td>51.0%</td><td>0.0%</td></tr><tr><td>Ocena aktywności studenta na zajęciach</td><td>51.0%</td><td>10.0%</td></tr><tr><td>Ocena z pisemnych prac poświęconych referowanym treściom</td><td>51.0%</td><td>45.0%</td></tr><tr><td>Ocena z wygłoszonych na seminarium referatów</td><td>51.0%</td><td>45.0%</td></tr></table>	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej	Obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%	Ocena aktywności studenta na zajęciach	51.0%	10.0%	Ocena z pisemnych prac poświęconych referowanym treściom	51.0%	45.0%	Ocena z wygłoszonych na seminarium referatów	51.0%	45.0%		
	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej															
	Obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%															
	Ocena aktywności studenta na zajęciach	51.0%	10.0%															
	Ocena z pisemnych prac poświęconych referowanym treściom	51.0%	45.0%															
Ocena z wygłoszonych na seminarium referatów	51.0%	45.0%																
Zalecana lista lektur	<table><tr><td>Podstawowa lista lektur</td><td colspan="2">1)Clifford algebras, Clifford groups, and generalization of the Quaternions: The Pin and Spin Groups, Jean Galier https://doi.org/10.48550/arXiv.0805.0311 2) Spin Geometry, Jose Figoreoa-O'Farril, http://empg.maths.ed.ac.uk/Activities/Spin 3) Od liczb zespolonych do tensorów, spinorów, algebr Liego i kwadryk, Jacek Komorowski.</td></tr><tr><td>Uzupełniająca lista lektur</td><td colspan="2">Brak</td></tr><tr><td>Adresy eZasobów</td><td colspan="2"></td></tr></table>	Podstawowa lista lektur	1)Clifford algebras, Clifford groups, and generalization of the Quaternions: The Pin and Spin Groups, Jean Galier https://doi.org/10.48550/arXiv.0805.0311 2) Spin Geometry, Jose Figoreoa-O'Farril, http://empg.maths.ed.ac.uk/Activities/Spin 3) Od liczb zespolonych do tensorów, spinorów, algebr Liego i kwadryk, Jacek Komorowski.		Uzupełniająca lista lektur	Brak		Adresy eZasobów										
	Podstawowa lista lektur	1)Clifford algebras, Clifford groups, and generalization of the Quaternions: The Pin and Spin Groups, Jean Galier https://doi.org/10.48550/arXiv.0805.0311 2) Spin Geometry, Jose Figoreoa-O'Farril, http://empg.maths.ed.ac.uk/Activities/Spin 3) Od liczb zespolonych do tensorów, spinorów, algebr Liego i kwadryk, Jacek Komorowski.																
	Uzupełniająca lista lektur	Brak																
Adresy eZasobów																		
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	Klasyfikacja rzeczywistych i zespolonych algebr Clifforda Reprezentacje algebr Clifforda																	
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy																	

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.