

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Funkcje elementarne, PG_00155432						
Kierunek studiów	Matematyka (O)						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2026/2027		
Poziom kształcenia	II stopnia		Grupa zajęć		Grupa zajęć fakultatywnych Grupa zajęć specjalnościowych		
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	2		Język wykładowy		polski		
Semestr studiów	3		Liczba punktów ECTS		6.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		egzamin		
Jednostka prowadząca	Rektor -> Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki -> Instytut Matematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr Agnieszka Demby				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		10.0		80.0	150
Cel przedmiotu	- Uzupełnienie i pogłębienie wiedzy i umiejętności ze szkoły ponadpodstawowej poprzez: zdefiniowanie i wprowadzenie nowych typów funkcji elementarnych, badanie funkcji różnymi metodami, wizualizację komputerową wybranych zagadnień, rozwiązywanie zadań trudniejszych lub nietypowych, powiązanie z innymi dziedzinami nauki lub życia. - Pogłębienie świadomości teoretycznej studenta w zakresie funkcji, tj. np. umiejętności wiązania technik rozwiązywania zadań z liceum z własnościami funkcji, umiejętności dowodzenia.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Effekt kierunkowy	Effekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[MATMU2_W03] zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki	Zna i rozumie w sposób pogłębiony klasyfikację i własności funkcji elementarnych i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki, zwłaszcza z analizą i algebrą.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny [SW1] wypowiedź ustna/rozmowa/dyskusja
	[MATMU2_K02] jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	Jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania w zakresie celów i treści przedmiotu.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_W01] zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki	Zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię związaną z funkcjami elementarnymi i ich różnymi podtypami; zna przykłady funkcji nieelementarnych, w tym wybrane twierdzenia wyznaczające pewne klasy całek nieelementarnych; zna zastosowania funkcji elementarnych poza matematyką i w sytuacjach życiowych.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny [SW2] prezentacja/projekt/referat/raport
	[MATMU2_K05] jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych	Jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych w zakresie celów i treści przedmiotu.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K06] jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych	Jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych w zakresie celów i treści przedmiotu.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_W02] zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych	Zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych związanych z własnościami funkcji elementarnych.	[SW4] test/egzamin - ustny lub pisemny [SW2] prezentacja/projekt/referat/raport
	[MATMU2_K04] jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego	Jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_K01] jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia	Jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia w zakresie celów i treści przedmiotu.	[SK8] obserwacja samodzielnej lub zespołowej pracy studenta
	[MATMU2_U06] potrafi zastosować metody i przykłady z wybranej dziedziny matematyki w pokrewnych dziedzinach	Potrafi badać funkcje elementarne różnymi metodami, wiążąc umiejętności z analizy matematycznej, algebry, geometrii analitycznej; umie stosować wizualizację komputerową różnych zagadnień związanych z funkcjami.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/dyskusja [SU2] prezentacja/projekt/referat/raport
	[MATMU2_U01] potrafi konstruować rozumowania matematyczne: dowodzić twierdzenia, jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów	Potrafi konstruować rozumowania matematyczne: dowodzić własności funkcji, posługując się definicjami i twierdzeniami z wykładu; umie rozwiązywać różne typy zadań dotyczących funkcji elementarnych, w tym zadania z kanonu rozszerzonej matury z matematyki.	[SU1] wypowiedź ustna/rozmowa/dyskusja [SU4] test/egzamin - ustny lub pisemny
	[MATMU2_W06] zna i rozumie zasady bezpieczeństwa i higieny pracy w stopniu wystarczającym do samodzielnej pracy w zawodzie matematyka	Zna i rozumie zasady bezpieczeństwa i higieny pracy w stopniu wystarczającym do samodzielnej pracy w zawodzie matematyka.	[SW1] wypowiedź ustna/rozmowa/dyskusja

Treści przedmiotu	1. Rekurencyjny sposób konstruowania zbioru funkcji elementarnych (jednej zmiennej rzeczywistej o wartościach rzeczywistych). Dowody elementarności funkcji; przykłady funkcji nieelementarnych. Funkcje algebraiczne i przestępne. 2. Przegląd funkcji algebraicznych - wykresy, własności, zastosowania poza matematyką. Wybrane twierdzenia o wielomianach, w tym o rozwiązywaniu równań wielomianowych przez pierwiastniki. Rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych i niewymiernych (z powoływaniem się na własności tych funkcji). Zadania z parametrem. 3. Potęga o wykładniku rzeczywistym. Wybrane twierdzenia dotyczące liczb niewymiernych i potęg. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne - wykresy, własności, zastosowania. 4. Funkcje trygonometryczne (w tym funkcje cotangens, secans i cosecans). Przykłady ujęcia innego niż tradycyjne, np. historyczne (odcinki związane z kołem jednostkowym) lub aksjomatyczne. Wykresy, własności, wzory, zastosowania poza matematyką. Rozwiązywanie różnych typów równań i nierówności trygonometrycznych. 5. Funkcje cyklometryczne - wykresy, własności, wzory, zastosowania. Przykłady składania funkcji cyklometrycznych i trygonometrycznych. 6. Elementy analizy matematycznej: granica funkcji elementarnej, ciągłość (uwaga o różnych definicjach), pochodna, różniczkowalność, pierwotna (niekoniecznie elementarna). Rozwiązywanie zadań, w tym optymalizacyjnych i z parametrem. 7. Funkcje hiperboliczne i area. Wykresy, własności, wzory, zastosowania poza matematyką. Analogie wzorów dla funkcji trygonometrycznych i hiperbolicznych, funkcji cyklometrycznych i area, w tym wzorów na pochodne. Wzory na obliczanie całek zawierających pierwiastek z x^2+1 lub x^2-1. 8. Przykłady funkcji elementarne zmiennej rzeczywistej o wartościach zespolonych. Twierdzenia wyznaczające pewne klasy całek elementarnych i nieelementarnych. 9. Wizualizacja kształtu i położenia wykresu oraz różnych zagadnień związanych z badaniem funkcji elementarnych za pomocą programów komputerowych, zwłaszcza GeoGebra.		
Wymagania wstępne i dodatkowe			
Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	projekt	51.0%	25.0%
	kolokwium	51.0%	30.0%
	obserwacja postawy studenta	51.0%	0.0%
	aktywność	51.0%	15.0%
	egzamin	51.0%	30.0%
Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	1. Materiały internetowe ukazujące zastosowania funkcji elementarnych poza matematyką oraz różne inne aspekty tych funkcji, np. strona: Muleshkov, A. S. (Ph.D. Associate Professor of Mathematics, University of Nevada Las Vegas): Definition and Some Properties of Elementary Functions, 2006. 2. Marchisotto, E. A., Zakeri, G. A.: An Invitation to Integration in Finite Terms, The College Mathematics Journal, Mathematical Association of America, Vol.25, No.4 (Sep., 1994), pp. 295-307. 3. Sierpiński, W.: Zasady algebry wyższej. Z przypisem Andrzeja Mostowskiego: Zarys teorii Galois, w: Monografie Matematyczne - t.XI, Warszawa Wrocław, 1946. 4. Materiały internetowe zapoznające z możliwościami programu komputerowego GeoGebra oraz z apletami tego programu - wizualizacją różnych aspektów funkcji, zwłaszcza ze strony: www.geogebra.org. 5. Publikacje przygotowujące do matury z matematyki w zakresie rozszerzonym, arkusze zadań maturalnych z zakresu rozszerzonego.	
	Uzupełniająca lista lektur	1. Fichtenholz, G. M.: Rachunek różniczkowy i całkowy - t.1, PWN, Warszawa, 1976. 2. Mostowski, A., Stark, M. : Elementy algebry wyższej, PWN, Warszawa, 1975. 3. Pobiega, E., Pobiega, K., Winkowska-Nowak, K.: Funkcje z GeoGebra, Fundacja AKCES, Warszawa 2019. 4. Podręczniki do nauczania matematyki w zakresie rozszerzonym w liceum. 5. Książki i artykuły o charakterze popularnonaukowym.	
	Adresy eZasobów		
	Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	Podać 5 przykładów praktycznych zastosowań funkcji elementarnych. (Chodzi tu o zależności funkcyjne ze zmiennym argumentem, a nie np. obliczenie pierwiastka kwadratowego z konkretnej liczby lub długości pewnego odcinka z zastosowaniem funkcji trygonometrycznej w konkretnej figurze geometrycznej.)	
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy		

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.