



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>		
Procesy stochastyczne		11.1.0743		
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>				
Instytut Matematyki				
<b>Studia</b>				
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>drugiego stopnia</b>	
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	<b>forma</b>	stacjonarne	
		<b>moduł</b>	matematyka teoretyczna, matematyka finansowa	
		<b>specjalnościowy</b>		
		<b>specjalizacja</b>	wszystkie	
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>				
dr Monika Wrzosek				
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>		
<b>Formy zajęć</b>		6 Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów: 60h Udział w konsultacjach: 10h Praca własna studenta: 80h RAZEM: 150h		
Wykład, Ćw. audytoryjne				
<b>Sposób realizacji zajęć</b>				
zajęcia w sali dydaktycznej				
<b>Liczba godzin</b>				
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.				
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>				
2023/2024 zimowy				
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>		
obowiązkowy		- angielski - polski		
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>		
- Rozwiązywanie zadań - Wykład problemowy		<b>Sposób zaliczenia</b>		
		Egzamin		
		<b>Formy zaliczenia</b>		
		- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium		
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>		
		<b>Sposób oceniania (składowe)</b>	<b>Próg zaliczeniowy</b>	<b>Składowa oceny końcowej</b>
		kolokwia	50%	50%
		egzamin	50%	50%
		obserwacja postawy studenta	100%	0%
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się</b>				

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Kolokwium	Obserwacja postawy studenta	Aktywność w dyskusji
Wiedza				
M2_W01	+			
M2_W02	+			
Umiejętności				
M2_U01	+	+		
Kompetencje				
M2_K01			+	
M2_K02				+
M2_K04			+	
M2_K05				+
M2_K06				+

**Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi**

**A. Wymagania formalne**

Brak

**B. Wymagania wstępne**

Wiedza z Rachunku prawdopodobieństwa

**Cele kształcenia**

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawami teorii procesów stochastycznych, konstrukcją procesu Wienera i jego podstawowymi własnościami, podstawami teorii martyngałów oraz wprowadzenie do całki stochastycznej.

**Treści programowe**

1. Definicja procesu stochastycznego; przykłady; rozkłady skończenie wymiarowe; trajektorie procesu; wersja procesu.
2. Twierdzenia Kolmogorowa (o istnieniu procesu stochastycznego, o ciągłej wersji procesu).
3. Definicja procesu Wienera; istnienie i własności procesu Wienera;
4. Warunkowa wartość oczekiwana, definicja, własności.
5. Czasy zatrzymania. Martyngały, podmartyngały, nadmartyngały. Nierówność Dooba.
6. Całka stochastyczna funkcji skokowej, definicja i własności; Całka Itô, definicja i własności.

**Wykaz literatury**

**A. Literatura wymagana do ostatecznego zaliczenia zajęć (zdania egzaminu):**

**A.1. wykorzystywana podczas zajęć**

F. Klebaner, Introduction to Stochastic Calculus with Applications, ICP 2005.

**A.2. studiowana samodzielnie przez studenta**

Z. Brzeźniak, T. Zastawniak, Basic Stochastic Processes, Springer 2005.

**B. Literatura uzupełniająca**

W. Feller, *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, PWN 2006

I. I. Gichman, A. W. Skorochod, *Wstęp do teorii procesów stochastycznych*, PWN, 1968.

J. Jakubowski, R. Sztencel, *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Script, 2000.

I. Karatzas, S. E. Shreve, *Brownian motion and stochastic calculus*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1988.

A. D. Wentzell, *Wykłady z teorii procesów stochastycznych*, PWN 1980.

Kierunkowe efekty uczenia się	Wiedza
M2_W01 zna i rozumie w sposób pogłębiony teorię wybranych działów matematyki	Student zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia z zakresu rachunku prawdopodobieństwa, które występują w poznanych twierdzeniach i ich dowodach (M2_W01).
M2_W02 zna i rozumie dobrze rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych	Student zna i rozumie definicję procesu stochastycznego, podstawowe własności procesu Wienera i konstrukcję całki stochastycznej (M2_W02, M2_W03).
M2_W03 zna i rozumie w sposób pogłębiony wybraną dziedzinę matematyki teoretycznej lub stosowanej i jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień tej dziedziny	<b>Umiejętności</b> Student potrafi stosować poznane metody dowodowe i poprawnie postępuje się znanymi pojęciami (M2_U01).
	<b>Kompetencje społeczne (postawy)</b>

<p>pozostających na etapie badań oraz zna powiązania zagadnień tej dziedziny z innymi działami matematyki</p> <p>M2_U01 potrafi konstruować rozumowania matematyczne: dowodzić twierdzenia, jak i obalać hipotezy poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów</p> <p>M2_K01 jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i jest gotów do dalszego kształcenia</p> <p>M2_K02 jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania</p> <p>M2_K04 jest gotów do rozumienia i docenienia znaczenia uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępowania etycznego</p> <p>M2_K05 jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze, także w językach obcych</p> <p>M2_K06 jest gotów do formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych</p>	<p>Student jest gotów do uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia (M2_K01).</p> <p>Student jest gotów do precyzyjnego formułowania pytań dotyczących procesów stochastycznych (M2_K02).</p> <p>Student rozumie znaczenie uczciwości intelektualnej i postępowanie etycznego (M2_K04).</p> <p>Student jest gotów do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze (M2_K05).</p> <p>Student potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych (M2_K06).</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Kontakt**

monika.wrzosek@ug.edu.pl