


**KAPITAŁ LUDZKI**  
 NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

 Projekt współfinansowany przez  
 Unię Europejską w ramach  
 Europejskiego Funduszu  
 Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
 EUROPEJSKI  
 FUNDUSZ SPOŁECZNY


<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Teoria mnogości		11.1.0332	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>pierwszego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka nauczycielska, matematyka ogólna
		specjalizacja	wszystkie
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka finansowa
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Modelowanie matematyczne i analiza danych	specjalizacja	wszystkie
		poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	wszystkie
		specjalizacja	wszystkie
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
prof. UG, dr hab. Andrzej Nowik; prof. dr hab. Edward Grzegorek; dr Paweł Klinga; dr hab. Rafał Filipów			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>			
2021/2022 zimowy			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
fakultatywny (do wyboru)		- polski - angielski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
- Rozwiązywanie zadań - Wykład problemowy		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		- Zaliczenie na ocenę - Egzamin	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		- egzamin ustny - egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się</b>			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Kolokwium	Obserwacja postawy studenta	Aktywność na zajęciach
Wiedza				
M2_W01	+	+		
M2_W02	+	+		
M2_W03	+			
Umiejętności				
M2_U01	+	+		
M2_U03			+	
M2_U04	+	+		
M2_U05	+			
M2_U06		+		
M2_U07				+

### Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

#### A. Wymagania formalne

Brak

#### B. Wymagania wstępne

Znajomość przedmiotu Wstęp do matematyki.

### Cele kształcenia

Poznanie pojęć i metod teorii mnogości niezbędnych do poważnego zajmowania się niektórymi innymi działami matematyki takimi jak topologia teoriomnogościowa, funkcje rzeczywiste, teoria miary i analiza funkcjonalna.

### Treści programowe

- Aksjomaty teorii mnogości ZFC z wyjaśnieniem ich roli w uchwyceniu podstawowych intuicyjnych własności zbiorów. Różne sformułowania pewnika wyboru z dowodami ich równoważności (Istnienie funkcji wyboru, tw. Zermello, lemat Kuratowskiego-Zorna).
- Definicja podstawowych pojęć teorii mnogości w oparciu o aksjomaty.
- Własności zbiorów dobrze uporządkowanych. Indukcja pozaskończona. Definiowanie za pomocą indukcji pozaskończonej.
- Liczby porządkowe von Neumana.
- Liczby kardynalne von Neumana.
- Arytmetyka liczb kardynalnych (iloczyn, potęga, suma). Niektóre zastosowania twierdzeń do innych działów matematyki.
- Kofinalność liczb kardynalnych. Twierdzenie Koniga.
- Liczby naturalne w teorii mnogości ZFC.
- Liczby mocno i słabo nieosiągalne.
- Liczby rzeczywiste i 0-1 mierzalne. Twierdzenie Banacha-Kuratowskiego, twierdzenie Ulama . Macierze Ulama.
- Zbiory uniwersalnie miary zero i zbiory mocno miary zero. Zbiór Luzina.
- Niektóre podstawowe konstrukcje teoriomnogościowe, m.in. istnienie dużych rodzin zbiorów sigma niezależnych, rodziny zbiorów prawie rozłącznych. Moc sigma ciała generowanego przez rodzinę zbiorów.
- Rola pewnika wyboru i hipotezy continuum w teorii mnogości.
- Niektóre konsekwencje aksjomatu Martina dla teorii miary i topologii.

### Wykaz literatury

- W. Guzicki, P. Zakrzewski, *Wykłady ze wstępu do matematyki. Wprowadzenie do teorii mnogości*, WN PWN Warszawa 2005.
- P. Halmos, *Naive set theory*, Princeton 1960, Springer Verlag 1974
- K. Kunen, *Set Theory*, North Holland, Amsterdam 1980
- K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, PWN 1980.
- K. Kuratowski, A. Mostowski, *Teoria mnogości*, PWN 1966
- Krzysztof Ciesielski, *Set theory for working mathematician*, Cambridge University Press, 1997.
- Aleksander Błaszczyk, Sławomir Turek, *Teoria mnogości*, PWN 2007.

### Kierunkowe efekty uczenia się

#### Wiedza

Student

- Zna aksjomaty teorii mnogości ZFC i ich rolę w uchwyceniu podstawowych intuicyjnych własności zbiorów. Zna też różne sformułowania pewnika wyboru i dowody ich równoważności w oparciu o teorie ZF (np. istnienie funkcji wyboru,

tw. Zermello, lemat Kuratowskiego- Zorna). Zna definicje podstawowych pojęć teorii mnogości w oparciu o aksjomaty. Zna podstawowe własności zbiorów dobrze uporządkowanych, indukcję pozaskończoną i definiowanie za pomocą indukcji pozaskończonej.

- Zna w szczególności definicje liczb porządkowych von Neumana, liczb kardynalnych von Neumana, podstawy arytmetyki liczb kardynalnych i zastosowanie jej do innych działów matematyki (np. istnienie grup na zbiorach niepustych dowolnej mocy, moc sigma ciała generowanego przez rodzinę zbiorów mocy continuum a więc też zbiorów borelowskich na prostej). Zna twierdzenie Koniga dotyczące kofinalności i wnioski z niego dla kofinalności continuum a więc pośrednio dla prostej.
- Zna liczby naturalne w teorii mnogości ZFC.
- Zna definicje liczb kardynalnych mocno i słabo nieosiągalnych, liczb rzeczywiste i 0-1 mierzalnych i podstawowe klasyczne twierdzenia ich dotyczące (tw. Kuratowskiego-Banacha, tw. Ulama, macierze Ulama). Umie wyniki te stosować w teorii miary.
- Zna niektóre podstawowe klasyczne konstrukcje teoriomnogościowe, m. innymi istnienia dużych rodzin zbiorów sigma niezależnych, rodzin zbiorów prawie rozłącznych, zbiorów uniwersalnie miary zero, mocno miary zero i zbioru Luzina.
- Zna niektóre konsekwencje Aksjomatu Martina dla teorii miary i topologii.

M2\_W01, M2\_W02, M2\_W03

### Umiejętności

Student

- Rozumie rolę aksjomatów teorii mnogości ZFC w uchwyceniu podstawowych intuicyjnych własności zbiorów. Umie dowodzić równoważność w oparciu o teorie ZF różnych sformułowań pewnika wyboru (np. istnienie funkcji wyboru, tw. Zermello, lemat Kuratowskiego- Zorna). Potrafi podać definicje podstawowych pojęć teorii mnogości w oparciu o aksjomaty. Umie posługiwać się indukcją pozaskończoną i definiowaniem za pomocą indukcji pozaskończonej .
- Postępuje się twierdzeniami arytmetyki liczb kardynalnych do innych działów matematyki (np. istnienie grup na zbiorach niepustych dowolnej mocy, moc sigma ciała generowanego przez rodzinę zbiorów mocy continuum a więc też zbiorów borelowskich na prostej).
- Rozumie dowód twierdzenia Koniga dotyczącego kofinalności i umie wyprowadzić z niego wnioski dla kofinalności continuum a więc pośrednio dla prostej.
- Postępuje się pojęciem liczby naturalnej w teorii mnogości ZFC i definicjami liczb kardynalnych mocno i słabo nieosiągalnych, liczb rzeczywiste i 0-1 mierzalnych i rozumie podstawowe klasyczne twierdzenia ich dotyczące (tw. Kuratowskiego-Banacha, tw. Ulama, macierze Ulama) i umie wyniki te stosować w teorii miary.
- Rozumie niektóre podstawowe klasyczne konstrukcje teoriomnogościowe, m. innymi i dużych rodzin zbiorów sigma niezależnych, rodzin zbiorów prawie rozłącznych, zbiorów uniwersalnie miary zero, mocno miary zero i zbioru Luzina.
- Potrafi zastosować niektóre konsekwencje Aksjomatu Martina do teorii miary i topologii

M2\_U01, M2\_U03, M2\_U04, M2\_U05, M2\_U06, M2\_U07

### Kompetencje społeczne (postawy)

#### Kontakt

Andrzej.Nowik@mat.ug.edu.pl