


**KAPITAŁ LUDZKI**  
 NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

 Projekt współfinansowany przez  
 Unię Europejską w ramach  
 Europejskiego Funduszu  
 Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
 EUROPEJSKI  
 FUNDUSZ SPOŁECZNY


<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Funkcje elementarne		11.1.0516	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>drugiego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	<b>forma</b>	stacjonarne
		<b>moduł</b>	matematyka nauczycielska
		<b>specjalnościowy</b>	wszystkie
		<b>specjalizacja</b>	
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
dr Agnieszka Demby			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>			
2023/2024 zimowy			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Metoda projektów (projekt badawczy, wdrożeniowy, praktyczny)</li> <li>- Rozwiązywanie zadań</li> <li>- Wykład z prezentacją multimedialną</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> <li>- Egzamin</li> </ul>	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- wykonanie pracy zaliczeniowej - projekt lub prezentacja</li> <li>- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi</li> <li>- kolokwium</li> </ul>	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
		Przygotowanie prezentacji lub projektu oraz zaliczenie kolokwium z zadań. Ocena punktowo-procentowa, zgodnie z „Regulaminem Studiów UG”.	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się</b>			
<b>zakładany efekt kształcenia</b>	<b>Egzamin</b>	<b>Kolokwium</b>	<b>Projekt</b>
		<b>Wiedza</b>	
M2_W01	+		
M2_W02	+		
		<b>Umiejętności</b>	
M2_U01	+	+	
M2_U06		+	+
<b>Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi</b>			
<b>A. Wymagania formalne</b>			

Brak	
<b>B. Wymagania wstępne</b> Brak	
<b>Cele kształcenia</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uzupelnienie i pogłebienie wiedzy i umiejetności z liceum poprzez: zdefiniowania i wprowadzenie nowych typów funkcji elementarnych, badanie funkcji różnymi metodami, wizualizację komputerową wybranych zagadnień, rozwiązywanie zadań trudniejszych lub nietypowych.</li> <li>• Pogłebienie świadomości teoretycznej studenta w zakresie funkcji, tj. np. umiejetności wiązania technik rozwiązywania zadań z liceum z własnościami funkcji, umiejetności dowodzenia.</li> <li>• Powiązanie wiedzy i umiejetności studenta z różnych dziedzin matematyki, w szczególności z analizy matematycznej, algebry, geometrii analitycznej, z innymi dziedzinami nauki lub życia.</li> </ul>	
<b>Treści programowe</b>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Funkcje elementarne jednej zmiennej rzeczywistej o wartościach rzeczywistych; rekurencyjny sposób konstruowania zbioru funkcji elementarnych. Dowody elementarności funkcji (w tym wartości bezwzględnej); przykłady funkcji nieelementarnych. Funkcje algebraiczne i przestępne.</li> <li>2. Przegląd funkcji algebraicznych - wykresy, własności, zastosowania poza matematyką. Wybrane twierdzenia o wielomianach, w tym o rozwiązywaniu równań wielomianowych przez pierwiastniki. Rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych i niewymiernych (z powoływaniem się na własności tych funkcji). Zadania z parametrem.</li> <li>3. Potęga o wykładniku rzeczywistym. Wybrane twierdzenia dotyczące liczb niewymiernych i potęg, w tym twierdzenie Gelfonda-Schneidera. Przykłady funkcji przestępnych związanych z potęgowaniem. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne - wykresy, własności, zastosowania.</li> <li>4. Funkcje trygonometryczne (z uzupełnieniem o funkcje secans i cosecans). Przykłady ujęcia innego niż tradycyjne, np. historyczne - odcinki związane z kołem jednostkowym - lub aksjomatyczne. Wykresy, własności, wzory, zastosowania poza matematyką. Rozwiązywanie różnych typów równań i nierówności trygonometrycznych.</li> <li>5. Funkcje cyklometryczne - wykresy, własności, wzory, zastosowania. Przykłady składania funkcji cyklometrycznych i trygonometrycznych prowadzące do funkcji algebraicznych różnych od tożsamości.</li> <li>6. Elementy analizy matematycznej: granica funkcji, ciągłość (uwaga o różnych definicjach), pochodna, różniczkowalność, pierwotna. Badanie funkcji elementarnych metodami analizy matematycznej. Rozwiązywanie zadań, w tym zadań optymalizacyjnych i zadań z parametrem.</li> <li>7. Funkcje hiperboliczne i area. Wykresy, własności, wzory, zastosowania poza matematyką. Analogie wzorów dla funkcji trygonometrycznych i hiperbolicznych, funkcji cyklometrycznych i area, w tym wzorów na pochodne. Wzory na obliczanie całek zawierających pierwiastek z <math>x^2+1</math> lub <math>x^2-1</math>.</li> <li>8. Ciągłość jako charakterystyczna własność funkcji elementarnych, zastosowanie do dowodzenia nieelementarności funkcji. Różniczkowalność. Całkowalność w sensie Riemanna na przedziale <math>[a,b]</math>; istnienie pierwotnej (niekoniecznie elementarnej).</li> <li>9. Funkcje elementarne zmiennej rzeczywistej o wartościach zespolonych. Twierdzenia wyznaczające pewne klasy całek elementarnych i nieelementarnych.</li> <li>10. Wizualizacja kształtu i położenia wykresu oraz różnych zagadnień związanych z badaniem funkcji elementarnych za pomocą programów komputerowych, zwłaszcza GeoGebra.</li> </ol>	
<b>Wykaz literatury</b>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Fichtenholz, G. M.: Rachunek różniczkowy i całkowy - t.1, PWN, Warszawa, 1976</li> <li>2. Gewert, M., Skoczylas, Z.: Analiza matematyczna 1, Oficyna wydawnicza GiS, Wrocław, 2009</li> <li>3. Gewert, M., Skoczylas, Z.: Wstęp do analizy i algebry, Oficyna wydawnicza GiS, Wrocław, 2011</li> <li>4. Marchisotto, E. A., Zakeri, G. A.: An Invitation to Integration in Finite Terms, The College Mathematics Journal, Mathematical Association of America, Vol.25, No.4 (Sep., 1994), pp. 295-307.</li> <li>5. Mostowski, A., Stark, M. : Elementy algebry wyższej, PWN, Warszawa, 1975</li> <li>6. Sierpiński, W.: Zasady algebry wyższej. Z przypisem Andrzeja Mostowskiego: Zarys teorii Galois, w: Monografie Matematyczne - t.XI, Warszawa -Wrocław, 1946</li> <li>7. Podręczniki do nauczania matematyki w zakresie rozszerzonym w liceum.</li> <li>8. Publikacje przygotowujące do matury z matematyki w zakresie rozszerzonym, arkusze zadań maturalnych z zakresu rozszerzonego.</li> <li>9. Winkowska-Nowak, K., Pobiega, E., Pobiega, K., Węglińska, R.: ABC GeoGebra. Poradnik dla początkujących, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2016.</li> <li>10. Materiały internetowe zapoznające z możliwościami programu komputerowego GeoGebra oraz z apletami tego programu - wizualizacją różnych aspektów funkcji, zwłaszcza ze strony: <a href="http://www.geogebra.org">www.geogebra.org</a>.</li> <li>11. Materiały internetowe ukazujące zastosowania funkcji elementarnych poza matematyką oraz różne inne aspekty tych funkcji, np. strona: Muleshkov, A. S. (Ph.D. Associate Professor of Mathematics, University of Nevada Las Vegas): Definition and Some Properties of Elementary Functions, 2006..</li> </ol>	
<b>Kierunkowe efekty uczenia się</b>	<b>Wiedza</b>
	Student zna i rozumie: <ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję funkcji elementarnych, różnorodne przykłady i typy tych funkcji,</li> </ul>

	<p>przykłady funkcji nieelementarnych, (M2_W01, M2_W02)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>własności charakterystyczne dla wszystkich funkcji elementarnych oraz podstawowe własności poszczególnych typów funkcji elementarnych,</li> <li>definicję, przykłady i kontrprzykłady funkcji algebraicznych, (M2_W01, M2_W02)</li> <li>twierdzenia wyznaczające pewne klasy całek nieelementarnych, (M2_W01, M2_W02)</li> <li>zastosowania funkcji elementarnych poza matematyką i w sytuacjach życiowych. (M2_U06)</li> </ul>
	<p><b>Umiejętności</b></p> <p>Student potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>badać własności funkcji różnymi metodami, wiążąc umiejętności z analizy matematycznej, algebry, geometrii analitycznej, (M2_U01, M2_U06)</li> <li>rozwiązywać równania i nierówności odpowiadające poszczególnym typom funkcji elementarnych, (M2_U01)</li> <li>stosować wizualizację komputerową różnych zagadnień związanych z funkcjami, (M2_U06)</li> <li>dowodzić własności funkcji, posługując się definicjami i twierdzeniami z wykładu, umie je zastosować w zadaniach, umie je odwracać i składać, (M2_U01)</li> <li>rozwiązywać zadania dotyczące funkcji elementarnych, w tym zadania z kanonu rozszerzonej matury z matematyki. (M2_U01, M2_U06)</li> </ul>
	<p><b>Kompetencje społeczne (postawy)</b></p> <p>Student jest gotów do:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia - M2_K01</li> <li>precyzyjnego formułowania pytań dotyczących geometrii elementarnej- M2_K02</li> <li>rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego - M2_K04</li> <li>samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze - M2_K05</li> <li>formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych - M2_K06</li> </ul>
<p><b>Kontakt</b></p> <p>Agnieszka.Demby@mat.ug.edu.pl</p>	