


**KAPITAŁ LUDZKI**  
 NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

 Projekt współfinansowany przez  
 Unię Europejską w ramach  
 Europejskiego Funduszu  
 Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
 EUROPEJSKI  
 FUNDUSZ SPOŁECZNY


<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Wstęp do równań różniczkowych stochastycznych		11.1.0372	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>drugiego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł	matematyka teoretyczna, matematyka finansowa
		specjalnościowy	
specjalizacja	wszystkie		
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
prof. UG, dr hab. Henryk Leszczyński; dr Hanna Wojewódka-Ściążko; prof. dr hab. Tomasz Szarek; dr Monika Wrzosek; dr Aneta Gospodarczyk			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>			
2021/2022 letni			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rozwiązywanie zadań</li> <li>- Wykład problemowy</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> <li>- Egzamin</li> </ul>	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- egzamin ustny</li> <li>- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi</li> <li>- kolokwium</li> </ul>	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
		Zaliczenie ćwiczeń poprzez uzyskanie ponad 50% możliwych punktów w dwóch kolokwium i zdanie egzaminu (pisemnego bądź ustnego).	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się</b>			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie
	Wiedza	
M2_W01	+	
M2_W02	+	
M2_W03	+	
	Umiejętności	
M2_U01	+	+
M2_U04	+	+
M2_U05	+	
M2_U06		+

**Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi**

**A. Wymagania formalne**

Brak.

**B. Wymagania wstępne**

Znajomość podstaw teorii procesów stochastycznych.

**Cele kształcenia**

Celem wykładu jest zapoznanie uczestników z elementami analizy stochastycznej dotyczącej teorii równań stochastycznych i jej wybranych zastosowań.

**Treści programowe**

- Pojęcie silnego i słabego rozwiązania stochastycznego równania różniczkowego, twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania w przestrzeni procesów Ito.
- Twierdzenia Girsanowa.
- Własności Markowa procesu dyfuzji, silna własność Markowa.
- Generator dyfuzji, formuła Dynkina.
- Operator charakterystyczny, równanie wsteczne Kołmogorowa, formuła Faymana-Kaca.
- Stochastyczna zmiana czasu, problem filtrowania.
- Proces „innowacji”, związek procesu „innowacji” z procesem Wienera.
- Filtr Kalmana-Bucy.
- Zastosowania stochastycznych równań różniczkowych do problemów Dirichleta i Poissona.
- Optymalne stopowanie, twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania problemu optymalnego stopowania.

**Wykaz literatury**

- Z. Brzeźniak, T. Zastawniak, "Basic Stochastic Processes", Springer, 1999.
- J. Cyganowski, P. Kloeden, J. Ombach, "From Elementary Probability to Stochastic Differential Equations with Maple", Springer, 2002.
- W. Feller, "Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa", t. I i II, PWN, Warszawa 1977.
- B. Øksendal, "Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications." Springer, 2003.
- A.D. Wentzell, "Wykłady z teorii procesów stochastycznych", PWN, Warszawa 1980.

**Kierunkowe efekty uczenia się**

**Wiedza**

Student zna i rozumie:

- pojęcia martyngału (pod- oraz nadmartyngału) z czasem dyskretnym i ciągłym; twierdzenia oraz nierówności Doob'a;
- pojęcie adaptowalności procesu względem filtracji; definicję funkcji nieantycypujących; definicję przestrzeni  $L_W^2[a,b]$  oraz  $M_W^2[a,b]$ ; pojęcie funkcji skokowej; twierdzenia dotyczące aproksymacji funkcji z klas  $L_W^2[a,b]$ ,  $M_W^2[a,b]$  przez funkcje skokowe;
- definicję całki stochastycznej z funkcji skokowej; podstawowe własności całki stochastycznej z funkcji skokowej;
- definicję całki stochastycznej z funkcji z klasy  $L_W^2[a,b]$ ; udowodnić podstawowe własności stochastycznej całki nieoznaczonej;
- pojęcie różniczki stochastycznej; formułę Ito;
- pojęcie stochastycznego równania różniczkowego oraz jego całkowitej reprezentacji; arytmetyczny oraz geometryczny ruch Browna; twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych.

M2\_W01, M2\_W02, M2\_W03

**Umiejętności**

Student potrafi:

1. stosować twierdzenia oraz nierówności Doob'a;
2. użyć pojęcia adaptowalności procesu względem filtracji; definicję funkcji nieantycypujących; definicję przestrzeni  $L_W^2[a,b]$  oraz  $M_W^2[a,b]$ ; pojęcie funkcji skokowej; twierdzenia dotyczące aproksymacji funkcji z klas  $L_W^2[a,b]$ ,  $M_W^2[a,b]$  przez funkcje skokowe;
3. wyznaczyć całkę stochastyczną z funkcji skokowej;
4. użyć definicji całki stochastycznej z funkcji z klasy  $L_W^2[a,b]$ ; udowodnić podstawowe własności stochastycznej całki nieoznaczonej;
5. użyć formułę Ito i potrafi ją zastosować w pewnych szczególnych sytuacjach;
6. użyć pojęcia stochastycznego równania różniczkowego oraz jego całkowitej reprezentacji; omówić arytmetyczny oraz geometryczny ruch Browna, twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych.

M2\_U01, M2\_U04, M2\_U05, M2\_U06

**Kompetencje społeczne (postawy)**

Student jest gotów do:

- uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia - M2\_K01
- precyzyjnego formułowania pytań dotyczących równań różniczkowych stochastycznych- M2\_K02
- rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego - M2\_K04
- samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze - M2\_K05
- formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych - M2\_K06

**Kontakt**

hleszcz@mat.ug.edu.pl