



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez
Unię Europejską w ramach
Europejskiego Funduszu
Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Nazwa przedmiotu		Kod ECTS	
Teoria mnogości		11.1.0332	
Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot			
Instytut Matematyki			
Studia			
wydział	kierunek	poziom	pierwszego stopnia
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka nauczycielska, matematyka, matematyka ogólna
		specjalizacja	wszystkie
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka stosowana, matematyka finansowa
		specjalizacja	wszystkie
Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)			
prof. UG, dr hab. Andrzej Nowik; dr hab. Rafał Filipów; prof. dr hab. Edward Grzegorek; dr Paweł Klinga			
Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin		Liczba punktów ECTS	
Formy zajęć		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
Sposób realizacji zajęć			
zajęcia w sali dydaktycznej			
Liczba godzin			
Wykład: 30 godz., Ćw. audytoryjne: 30 godz.			
Termin realizacji przedmiotu			
2020/2021 zimowy			
Status przedmiotu		Język wykładowy	
fakultatywny (do wyboru)		polski	
Metody dydaktyczne		Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne	
<ul style="list-style-type: none"> - Rozwiązywanie zadań - Wykład problemowy 		Sposób zaliczenia	
		<ul style="list-style-type: none"> - Zaliczenie na ocenę - Egzamin 	
		Formy zaliczenia	
		<ul style="list-style-type: none"> - egzamin ustny - egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium 	
		Podstawowe kryteria oceny	
Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Kolokwium	Obserwacja postawy studenta	Aktywność na zajęciach
Wiedza				
M2_W01	+	+		
M2_W02	+	+		
M2_W03	+			
Umiejętności				
M2_U01	+	+		
M2_U03			+	
M2_U04	+	+		
M2_U05	+			
M2_U06		+		
M2_U07				+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi**A. Wymagania formalne**

Brak

B. Wymagania wstępne

Znajomość przedmiotu Wstęp do matematyki.

Cele kształcenia

Poznanie pojęć i metod teorii mnogości niezbędnych do poważnego zajmowania się niektórymi innymi działami matematyki takimi jak topologia teoriomnogościowa, funkcje rzeczywiste, teoria miary i analiza funkcjonalna.

Treści programowe

- Aksjomaty teorii mnogości ZFC z wyjaśnieniem ich roli w uchwyceniu podstawowych intuicyjnych własności zbiorów. Różne sformułowania pewnika wyboru z dowodami ich równoważności (Istnienie funkcji wyboru, tw. Zermello, lemat Kuratowskiego-Zorna).
- Definicja podstawowych pojęć teorii mnogości w oparciu o aksjomaty.
- Własności zbiorów dobrze uporządkowanych. Indukcja pozaskończona. Definiowanie za pomocą indukcji pozaskończonej.
- Liczby porządkowe von Neumana.
- Liczby kardynalne von Neumana.
- Arytmetyka liczb kardynalnych (iloczyn, potęga, suma). Niektóre zastosowania twierdzeń do innych działów matematyki.
- Kofinalność liczb kardynalnych. Twierdzenie Koniga.
- Liczby naturalne w teorii mnogości ZFC.
- Liczby mocno i słabo nieosiągalne.
- Liczby rzeczywiste i 0-1 mierzalne. Twierdzenie Banacha-Kuratowskiego, twierdzenie Ulama . Macierze Ulama.
- Zbiory uniwersalnie miary zero i zbiory mocno miary zero. Zbiór Luzina.
- Niektóre podstawowe konstrukcje teoriomnogościowe, m.innymi istnienie dużych rodzin zbiorów sigma niezależnych, rodziny zbiorów prawie rozłącznych. Moc sigma ciała generowanego przez rodzinę zbiorów.
- Rola pewnika wyboru i hipotezy continuum w teorii mnogości.
- Niektóre konsekwencje aksjomatu Martina dla teorii miary i topologii.

Wykaz literatury

- W. Guzicki, P. Zakrzewski, *Wykłady ze wstępu do matematyki. Wprowadzenie do teorii mnogości*, WN PWN Warszawa 2005.
- P. Halmos, *Naive set theory*, Princeton 1960, Springer Verlag 1974
- K. Kunen, *Set Theory*, North Holland, Amsterdam 1980
- K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, PWN 1980.
- K. Kuratowski, A. Mostowski, *Teoria mnogości*, PWN 1966
- Krzysztof Ciesielski, *Set theory for working mathematician*, Cambridge University Press, 1997.
- Aleksander Błaszczyk, Sławomir Turek, *Teoria mnogości*, PWN 2007.

Kierunkowe efekty kształcenia**Wiedza**

Student

- Zna aksjomaty teorii mnogości ZFC i ich rolę w uchwyceniu podstawowych intuicyjnych własności zbiorów. Zna też różne sformułowania pewnika wyboru i

dowody ich równoważności w oparciu o teorie ZF (np. istnienie funkcji wyboru, tw. Zermello, lemat Kuratowskiego- Zorna). Zna definicje podstawowych pojęć teorii mnogości w oparciu o aksjomaty. Zna podstawowe własności zbiorów dobrze uporządkowanych, indukcję pozaskończoną i definiowanie za pomocą indukcji pozaskończonej.

- Zna w szczególności definicje liczb porządkowych von Neumana, liczb kardynalnych von Neumana, podstawy arytmetyki liczb kardynalnych i zastosowanie jej do innych działów matematyki (np. istnienie grup na zbiorach niepustych dowolnej mocy, moc sigma ciała generowanego przez rodzinę zbiorów mocy continuum a więc też zbiorów borelowskich na prostej). Zna twierdzenie Koniga dotyczące kofinalności i wnioski z niego dla kofinalności continuum a więc pośrednio dla prostej.
- Zna liczby naturalne w teorii mnogości ZFC.
- Zna definicje liczb kardynalnych mocno i słabo nieosiągalnych, liczb rzeczywiste i 0-1 mierzalnych i podstawowe klasyczne twierdzenia ich dotyczące (tw. Kuratowskiego-Banacha, tw. Ulama, macierze Ulama). Umie wyniki te stosować w teorii miary.
- Zna niektóre podstawowe klasyczne konstrukcje teoriomnogościowe, m. innymi istnienia dużych rodzin zbiorów sigma niezależnych, rodzin zbiorów prawie rozłącznych, zbiorów uniwersalnie miary zero, mocno miary zero i zbioru Luzina.
- Zna niektóre konsekwencje Aksjomatu Martina dla teorii miary i topologii.

M2_W01, M2_W02, M2_W03

Umiejętności

Student

- Rozumie rolę aksjomatów teorii mnogości ZFC w uchwyceniu podstawowych intuicyjnych własności zbiorów. Umie dowodzić równoważność w oparciu o teorie ZF różnych sformułowań pewnika wyboru (np. istnienie funkcji wyboru, tw. Zermello, lemat Kuratowskiego- Zorna). Potrafi podać definicje podstawowych pojęć teorii mnogości w oparciu o aksjomaty. Umie posługiwać się indukcją pozaskończoną i definiowaniem za pomocą indukcji pozaskończonej .
- Postępuje się twierdzeniami arytmetyki liczb kardynalnych do innych działów matematyki (np. istnienie grup na zbiorach niepustych dowolnej mocy, moc sigma ciała generowanego przez rodzinę zbiorów mocy continuum a więc też zbiorów borelowskich na prostej).
- Rozumie dowód twierdzenia Koniga dotyczącego kofinalności i umie wyprowadzić z niego wnioski dla kofinalności continuum a więc pośrednio dla prostej.
- Postępuje się pojęciem liczby naturalnej w teorii mnogości ZFC i definicjami liczb kardynalnych mocno i słabo nieosiągalnych, liczb rzeczywiste i 0-1 mierzalnych i rozumie podstawowe klasyczne twierdzenia ich dotyczące (tw. Kuratowskiego-Banacha, tw. Ulama, macierze Ulama) i umie wyniki te stosować w teorii miary.
- Rozumie niektóre podstawowe klasyczne konstrukcje teoriomnogościowe, m. innymi i dużych rodzin zbiorów sigma niezależnych, rodzin zbiorów prawie rozłącznych, zbiorów uniwersalnie miary zero, mocno miary zero i zbioru Luzina.
- Potrafi zastosować niektóre konsekwencje Aksjomatu Martina do teorii miary i topologii

M2_U01, M2_U03, M2_U04, M2_U05, M2_U06, M2_U07

Kompetencje społeczne (postawy)

Kontakt

Andrzej.Nowik@mat.ug.edu.pl