



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Procesy stochastyczne		11.1.0371	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>drugiego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł	matematyka teoretyczna, matematyka finansowa
		specjalnościowy	
specjalizacja	wszystkie		
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
prof. UG, dr hab. Henryk Leszczyński; dr Aneta Gospodarczyk; dr Monika Wrzosek; dr Anita Dąbrowska; dr Poj Lertchoosakul; dr Jacek Tryba; prof. dr hab. Tomasz Szarek			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>			
2021/2022 zimowy			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		- angielski - polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
- Rozwiązywanie zadań - Wykład problemowy		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		- Zaliczenie na ocenę - Egzamin	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się</b>			
<b>zakładany efekt kształcenia</b>	<b>Egzamin</b>	<b>Zaliczenie</b>	<b>Obserwacja postawy studenta</b>
		Wiedza	
M2_W01	+		
M2_W02	+		
M2_W03	+		
		Umiejętności	
M2_U01	+	+	
M2_U02			+
M2_U03			+
<b>Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi</b>			
A. Wymagania formalne			

<p>Brak</p> <p><b>B. Wymagania wstępne</b> Wiedza z Rachunku prawdopodobieństwa</p>	
<p><b>Cele kształcenia</b></p> <p>Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawami teorii procesów stochastycznych, konstrukcją procesu Wienera i jego podstawowymi własnościami, podstawami teorii martyngałów oraz wprowadzenie do całki stochastycznej.</p>	
<p><b>Treści programowe</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definicja procesu stochastycznego; przykłady; rozkłady skończenie wymiarowe; trajektorie procesu; wersja procesu.</li> <li>2. Twierdzenia Kołmogorowa (o istnieniu procesu stochastycznego, o ciągłej wersji procesu).</li> <li>3. Definicja procesu Wienera; istnienie procesu Wienera; własności (prawo iterowanego logarytmu; ciągłość i nieróżniczkowalność trajektorii).</li> <li>4. Warunkowa wartość oczekiwana, definicja, własności.</li> <li>5. Czasy zatrzymania. Martyngały, podmartyngały, nadmartyngały. Nierówność Dooba.</li> <li>6. Całka stochastyczna funkcji skokowej, definicja i własności; Całka Itô, definicja i własności. Całka nieoznaczona. Wzór Itô. Różniczka stochastyczna.</li> </ol>	
<p><b>Wykaz literatury</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Z. Brzeźniak, T. Zastawniak, <i>Basic Stochastic Processes</i>, Springer 2005.</li> <li>• W. Feller, <i>Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa</i>, PWN 2006</li> <li>• I. I. Gichman, A. W. Skorochod, <i>Wstęp do teorii procesów stochastycznych</i>, PWN, 1968.</li> <li>• J. Jakubowski, R. Sztencel, <i>Wstęp do teorii prawdopodobieństwa</i>, Script, 2000.</li> <li>• I. Karatzas, S. E. Shreve, <i>Brownian motion and stochastic calculus</i>, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1988.</li> <li>• F. Klebaner, <i>Introduction to Stochastic Calculus with Applications</i>, ICP 2005.</li> <li>• A. D. Wentzell, <i>Wykłady z teorii procesów stochastycznych</i>, PWN 1980.</li> </ul>	
<p><b>Kierunkowe efekty uczenia się</b></p>	<p><b>Wiedza</b></p> <p>Student zna i rozumie:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję procesu stochastycznego oraz trajektorii procesu;</li> <li>• twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu stochastycznego;</li> <li>• twierdzenie Kołmogorowa o ciągłej wersji procesu;</li> <li>• definicję procesu Wienera;</li> <li>• prawo iterowanego logarytmu; zna prawo 0-1 Kołmogorowa; wie, że trajektorie procesu Wienera są ciągłe i nieróżniczkowalne;</li> <li>• definicję oraz własności warunkowej wartości oczekiwanej;</li> <li>• definicję filtracji oraz pojęcie adaptowalności procesu do filtracji;</li> <li>• definicję czasu zatrzymania; zna definicje: martyngału, podmartyngału, nadmartyngału;</li> <li>• nierówność Dooba;</li> <li>• definicję funkcji skokowej; zna definicję całki stochastycznej z funkcji skokowej względem ruchu Browna;</li> <li>• własności całki stochastycznej;</li> <li>• definicję różniczki stochastycznej;</li> <li>• wzór Itô; zna twierdzenie o różniczce iloczynu - M2_W02, M2_W03</li> <li>• podstawowe pojęcia i twierdzenia z zakresu rachunku prawdopodobieństwa, które występują w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - M2_W01</li> <li>• podstawowe pojęcia i twierdzenia z zakresu teorii miary i całki Lebesgue'a występujące w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - M2_W01</li> </ul>
	<p><b>Umiejętności</b></p> <p>Student potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• podać jako przykład procesu stochastycznego proces Poissona, omówić jego konstrukcję oraz podać jego zastosowania; zna pojęcie rozkładu skończenie wymiarowego;</li> <li>• podać przykłady czasów zatrzymania; potrafi podać przykład martyngału;</li> <li>• podać przykłady procesów stochastycznych związanych z ruchem Browna (most Browna, arytmetyczny oraz geometryczny ruch Browna) oraz podać ich własności;</li> <li>• zastosować własność izometrii dla całki stochastycznej - M2_U01, M2_U02</li> </ul>

- poprawnie posługiwać się podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa oraz procesów stochastycznych - M2\_U03

**Kompetencje społeczne (postawy)**

Student jest gotów do:

- uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia - M2\_K01
- precyzyjnego formułowania pytań dotyczących procesów stochastycznych - M2\_K02
- rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego - M2\_K04
- samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze - M2\_K05
- formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych - M2\_K06

**Kontakt**

Henryk.Leszczynski@mat.ug.edu.pl