



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Analiza funkcjonalna I		11.1.0369	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>drugiego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	<b>forma</b>	stacjonarne
		<b>moduł</b>	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka
		<b>specjalnościowy</b>	stosowana, matematyka finansowa
		<b>specjalizacja</b>	wszystkie
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
dr hab. Jacek Gulgowski; prof. UG, dr hab. Jarosław Pykacz; prof. UG, dr hab. Andreas Zastrow; dr Aleksandra Nowel			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Wykład: 30 godz., Ćw. audytoryjne: 30 godz.			
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>			
2020/2021 letni			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dyskusja</li> <li>- Rozwiązywanie zadań</li> <li>- Wykład problemowy</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> <li>- Egzamin</li> </ul>	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- egzamin ustny</li> <li>- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi</li> <li>- kolokwium</li> </ul>	
<b>Podstawowe kryteria oceny</b>			
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia</b>			
zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta
			Aktywność w dyskusji
Wiedza			
M2_W01	+		
M2_W02	+		
Umiejętności			
M2_U01	+	+	
Kompetencje			
M2_K01			+
M2_K02			+
M2_K04			+
M2_K06			+

**Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi****A. Wymagania formalne**

Brak.

**B. Wymagania wstępne**

Student musi mieć zaliczony przedmiot Analiza Matematyczna I.

Wskazane jest również zaliczenie przedmiotu Analiza Matematyczna II.

**Cele kształcenia**

Celem przedmiotu jest przedstawienie podstawowych pojęć i twierdzeń Analizy Funkcjonalnej.

**Treści programowe**

1. Przestrzeń metryczna. Ciąg Cauchy'ego, zupełność, zwartość. Przestrzeń funkcji ciągłych  $C[a,b]$ , przestrzenie  $l^p$ ,  $L^p(a,b)$ .
2. Metoda odwzorowań zwężających w zupełnej przestrzeni metrycznej. Zastosowania do badania równań nieliniowych: równania całkowe, zagadnienie Cauchy'ego dla równania różniczkowego pierwszego rzędu
3. Przestrzenie unormowane, przestrzenie Banacha i ich najprostsze własności geometryczne. Przykłady przestrzeni Banacha. Niezwartość kuli w przestrzeniach unormowanych nieskończenie wymiarowych.
4. Przestrzenie unitarne, przestrzenie Hilberta. Nierówność Schwarz'a. Tożsamość równoległoboku. Wzór polaryzacyjny na iloczyn skalarny. Ortogonalizacja bazy. Twierdzenie Schmidta. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym, wyznacznik Grama. Szeregi Fouriera, nierówność Bessela, układ ortonormalny zupełny w przestrzeni Hilberta.
5. Odwzorowanie liniowe w przestrzeniach unormowanych i przestrzeniach Banacha. Ograniczoność i ciągłość operatora liniowego, jądro i obraz odwzorowania, odwzorowanie odwrotne. Przestrzeń odwzorowań liniowych, norma odwzorowania. Operatory całkowe.
6. Funkcjonały liniowe na przestrzeni unormowanej. Przestrzeń sprzężona z przestrzenią unormowaną. Postać funkcyjna liniowych na przestrzeniach  $l^p$ ,  $L^p(a,b)$ .
7. Twierdzenie Riesz'a o reprezentacji funkcyjna w przestrzeni Hilberta.
8. Słaba zbieżność w przestrzeni unormowanej.

**Wykaz literatury**

1. A. Alexiewicz - *Analiza funkcjonalna*, PWN 1968.
2. J. Musielak - *Wstęp do analizy funkcjonalnej*, PWN 1989.
3. W. Kołodziej - *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, PWN 1982.

**Kierunkowe efekty kształcenia****Wiedza**

Student, który zaliczył przedmiotna i rozumie:

- definicje oraz podstawowe własności pewnych klas przestrzeni liniowo topologicznych (przestrzeni unormowanych, Banacha, unitarnych oraz Hilberta); rozumie związki pomiędzy nimi; zna dowody wybranych własności tych przestrzeni; (M2\_W01, M2\_W02)
- podstawowe własności nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli, istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (M2\_W01, M2\_W02)
- własności odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; rozumie równoważne definicje ciągłości odwzorowań liniowych; zna definicję normy odwzorowania liniowego oraz przestrzeni odwzorowań liniowych (M2\_W01, M2\_W02)
- pojęcie funkcyjna liniowego na przestrzeni unormowanej; zna definicję przestrzeni sprzężonej do danej przestrzeni unormowanej; zna postać funkcyjna liniowego na pewnych przestrzeniach ( $l^p$ ,  $L^p(a,b)$ ); zna twierdzenie Riesz'a o reprezentacji funkcyjna liniowego w przestrzeni Hilberta; zna pojęcie słabej zbieżności w przestrzeni unormowanej (M2\_W01, M2\_W02)
- pojęcie ortogonalności oraz ortonormalności w przestrzeni unitarnej; zna metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); zna twierdzenie o rzucie ortogonalnym; zna pojęcie zupełności układu ortogonalnego wektorów oraz pojęcie szeregu Fouriera; zna nierówność Bessela (M2\_W01, M2\_W02)

**Umiejętności**

Student, który zaliczył przedmiot potrafi:

- sprawdzić czy odwzorowanie jest normą w przestrzeni liniowej; umie sprawdzić czy podane odwzorowanie jest iloczynem skalarnym w przestrzeni liniowej; umie zbadać równoważność norm; potrafi podać przykłady przestrzeni unormowanych, unitarnych, Banacha i Hilberta (w tym odpowiednich przestrzeni funkcyjnych) (M2\_U01)

	<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazać podstawowe własności nieskończone wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli, istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (M2_U01)</li> <li> sprawdzić ciągłość odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; umie znaleźć normy pewnych odwzorowań liniowych (takich jak operatory całkowe) (M2_U01)</li> <li> policzyć normę funkcjonału liniowego w pewnych przestrzeniach (<math>l^p</math>, <math>L^p(a,b)</math>); umie policzyć normę funkcjonału liniowego na przestrzeni Hilberta w oparciu o twierdzenie Riesz; umie sprawdzić słabą zbieżność ciągu w przestrzeni Hilberta (M2_U01)</li> <li> zastosować metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); umie znaleźć rzut ortogonalny punktu na podprzestrzeń liniową; umie znaleźć odległość punktu od przestrzeni liniowej; umie znaleźć współczynniki szeregu Fouriera względem danego układu ortonormalnego; umie wykorzystać wymienione tu własności przestrzeni Hilberta w różnych sytuacjach. (M2_U01)</li> </ul> <p><b>Kompetencje społeczne (postawy)</b></p> <p>Student jest gotów do:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li> uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia - M2_K01</li> <li> precyzyjnego formułowania pytań dotyczących analizy funkcjonalnej I - M2_K02</li> <li> rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego - M2_K04</li> <li> samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze - M2_K05</li> <li> formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych - M2_K06</li> </ul>
<p><b>Kontakt</b></p> <p>jacek.gulgowski@mat.ug.edu.pl</p>	