KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Nazwa przedmiotu

Teoria mnogości

Kod ECTS

11.1.0332

Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot

Instytut Matematyki

Studia

wydział	kierunek		
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	pierwszego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka nauczycielska, matematyka ogólna
		specjalizacja	wszystkie
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka finansowa
		specjalizacja	wszystkie
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Modelowanie matematyczne i analiza danych	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	wszystkie
		specjalizacja	wszystkie

Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)

prof. UG, dr hab. Andrzej Nowik; dr Paweł Klinga; prof. dr hab. Edward Grzegorek; dr hab. Rafał Filipów

Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin

Formy zajęć

Wykład, Ćw. audytoryjne

Sposób realizacji zajęć

zajęcia w sali dydaktycznej

Liczba godzin

Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.

Liczba punktów ECTS

5

Termin realizacji przedmiotu

2021/2022 zimowy

Status przedmiotu

fakultatywny (do wyboru)

Język wykładowy

- polski
- angielski

Metody dydaktyczne

- Rozwiązywanie zadań
- Wykład problemowy

Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne

Sposób zaliczenia

- Zaliczenie na ocenę
- Egzamin

Formy zaliczenia

- egzamin ustny
- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi
- kolokwium

Podstawowe kryteria oceny

Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Kolokwium	Obserwacja postawy studenta	Aktywność na zajęciach
	Wiedza			
M2_W01	+	+		
M2_W02	+	+		
M2_W03	+			
	Umiejętności			
M2_U01	+	+		
M2_U03			+	
M2_U04	+	+		
M2_U05	+			
M2_U06		+		
M2_U07				+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

Brak

B. Wymagania wstępne

Znajomość przedmiotu Wstęp do matematyki.

Cele kształcenia

Poznanie pojęć i metod teorii mnogości niezbędnych do poważnego zajmowania się niektórymi innymi działami matematyki takimi jak topologia teoriomnogościowa, funkcje rzeczywiste, teoria miary i analiza funkcjonalna.

Treści programowe

1. Aksjomaty teorii mnogości ZFC z wyjaśnieniem ich roli w uchwyceniu podstawowych intuicyjnych własności zbiorów. Różne sformułowania pewnika wyboru z dowodami ich równoważności (Istnienie funkcji wyboru, tw. Zermello, lemat Kuratowskiego-Zorna).
2. Definicja podstawowych pojęć teorii mnogości w oparciu o aksjomaty.
3. Własności zbiorów dobrze uporządkowanych. Indukcja pozaskończona. Definiowanie za pomocą indukcji pozaskończonej.
4. Liczby porządkowe von Neumana.
5. Liczby kardynalne von Neumana.
6. Arytmetyka liczb kardynalnych (iloczyn, potęga, suma). Niektóre zastosowania twierdzeń do innych dzialów matematyki.
7. Kofinalność liczb kardynalnych. Twierdzenie Koniga.
8. Liczby naturalne w teorii mnogości ZFC.
9. Liczby mocno i słabo nieosiągalne.
10. Liczby rzeczywiście i 0-1 mierzalne. Twierdzenie Banacha-Kuratowskiego, twierdzenie Ulama . Macierze Ulama.
11. Zbiory uniwersalnie miary zero i zbiory mocno miary zero. Zbiór Luzina.
12. Niektóre podstawowe konstrukcje teoriomnogościowe, m.innymi istnienie dużych rodzin zbiorów sigma niezależnych, rodziny zbiorów prawie rozłącznych. Moc sigma ciała generowanego przez rodzine zbiorow.
13. Rola pewnika wyboru i hipotezy continuum w teorii mnogości.
14. Niektore konsekwencje aksjomatu Martina dla teorii miary i topologii.

Wykaz literatury

1. W. Guzicki, P. Zakrzewski, *Wykłady ze wstępu do matematyki. Wprowadzenie do teorii mnogości*, WN PWN Warszawa 2005.
2. P. Halmos, *Naive set theory*, Princeton 1960, Springer Verlag 1974
3. K. Kunen, *Set Theory*, North Holland, Amsterdam 1980
4. K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, PWN 1980.
5. K. Kuratowski, A. Mostowski, *Teoria mnogości*, PWN 1966
6. Krzysztof Ciesielski, *Set theory for working mathematician*, Cambridge University Press, 1997.
7. Aleksander Błaszczyk, Sławomir Turek, *Teoria mnogości*, PWN 2007.

Kierunkowe efekty uczenia się	Wiedza
	Student • Zna aksjomaty teorii mnogości ZFC i ich rolę w uchwyceniu podstawowych intuicyjnych własności zbiorów. Zna tez różne sformułowania pewnika wyboru i dowody ich równoważności w oparciu o teorie ZF (np. istnienie funkcji wyboru,

	tw. Zermello, lemat Kuratowskiego- Zorna). Zna definicje podstawowych pojęc teorii mnogości w oparciu o aksjomaty. Zna podstawowe własności zbiorów dobrze uporządkowanych, indukcję pozaskończoną i definiowanie za pomocą indukcji pozaskończonej. • Zna w szczegółach definicje liczb porządkowych von Neumana, liczb kardynalnych von Neumana, podstawy arytmetyki liczb kardynalnych i zastosowanie jej do innych działów matematyki (np. istnienie grup na zbiorach niepustych dowolnej mocy, moc sigma ciała generowanego przez rodzinę zbiorów mocy continuum a więc też zbiorów borelowskich na prostej). Zna twierdzenie Koniga dotyczące kofinalności i wniosek z niego dla kofinalności continuum a więc pośrednio dla prostej. • Zna liczby naturalne w teorii mnogości ZFC. • Zna definicje liczb kardynalnych mocno i słabo nieosiągalnych, liczb rzeczywiście i 0-1 mierzalnych i podstawowe klasyczne twierdzenia ich dotyczące (tw. Kuratowskiego-Banacha, tw. Ulama, macierze Ulama). Umie wyniki te stosować w teorii miary. • Zna niektóre podstawowe klasyczne konstrukcje teoriomnogościowe, m. innymi istnienia dużych rodzin zbiorów sigma niezależnych, rodzin zbiorów prawie rozłącznych, zbiorów uniwersalnie miary zero, mocno miary zero i zbioru Luzina. • Zna niektóre konsekwencje Aksjomatu Martina dla teorii miary i topologii. M2_W01, M2_W02, M2_W03
	Umiejętności
	Student • Rozumie rolę aksjomatów teorii mnogości ZFC w uchwyceniu podstawowych intuicyjnych własności zbiorów. Umie dowodzić równoważnoć w oparciu o teorie ZF róznych sformułowań pewnika wyboru (np. istnienie funkcji wyboru, tw. Zermello, lemat Kuratowskiego- Zorna). Potrafi podać definicje podstawowych pojęć teorii mnogości w oparciu o aksjomaty. Umie posługiwać się indukcją pozaskończoną i definiowaniem za pomocą indukcji pozaskończonej . • Posługuje się twierdzeniami arytmetyki liczb kardynalnych do innych działów matematyki (np. istnienie grup na zbiorach niepustych dowolnej mocy, moc sigma ciała generowanego przez rodzinę zbiorów mocy continuum a więc też zbiorów borelowskich na prostej). • Rozumie dowód twierdzenia Koniga dotyczącego kofinalności i umie wyprowadzic z niego wniosek dla kofinalności continuum a więc pośrednio dla prostej. • Posługuje się pojęciem liczby naturalnej w teorii mnogości ZFC i definicjami liczb kardynalnych mocno i słabo nieosiągalnych, liczb rzeczywiście i 0-1 mierzalnych i rozumie podstawowe klasyczne twierdzenia ich dotyczące (tw. Kuratowskiego-Banacha, tw. Ulama,macierze Ulama) i umie wyniki te stosować w teorii miary. • Rozumie niektóre podstawowe klasyczne konstrukcje teoriomnogościowe, m. innymi i dużych rodzin zbiorów sigma niezależnych, rodzin zbiorów prawie rozłącznych, zbiorów uniwersalnie miary zero, mocno miary zero i zbioru Luzina. • Potrafi zastosować niektóre konsekwencje Aksjomatu Martina do teorii miary i topologii M2_U01, M2_U03, M2_U04, M2_U05, M2_U06, M2_U07
	Kompetencje społeczne (postawy)

Kontakt

Andrzej.Nowik@mat.ug.edu.pl