KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Nazwa przedmiotu

Procesy stochastyczne

Kod ECTS

11.1.0371

Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot

Instytut Matematyki

Studia

wydział	kierunek		
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka teoretyczna, matematyka finansowa
		specjalizacja	wszystkie

Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)

prof. UG, dr hab. Henryk Leszczyński; dr Aneta Gospodarczyk; dr Monika Wrzosek; dr Poj Lertchoosakul; prof. dr hab. Tomasz Szarek; dr Anita Dąbrowska; dr Jacek Tryba

Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin

Formy zajęć

Wykład, Ćw. audytoryjne

Sposób realizacji zajęć

zajęcia w sali dydaktycznej

Liczba godzin

Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.

Liczba punktów ECTS

5

Termin realizacji przedmiotu

2022/2023 zimowy

Status przedmiotu

obowiązkowy

Język wykładowy

- angielski
- polski

Metody dydaktyczne

- Rozwiązywanie zadań
- Wykład problemowy

Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne

Sposób zaliczenia

- Zaliczenie na ocenę
- Egzamin

Formy zaliczenia

- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi
- kolokwium

Podstawowe kryteria oceny

Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta
	Wiedza		
M2_W01	+		
M2_W02	+		
M2_W03	+		
	Umiejętności		
M2_U01	+	+	
M2_U02			+
M2_U03			+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

Brak

B. Wymagania wstępne

Wiedza z Rachunku prawdopodobieństwa

Cele kształcenia

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawami teorii procesów stochastycznych, konstrukcją procesu Wienera i jego podstawowymi własnościami, podstawami teorii martyngałów oraz wprowadzenie do całki stochastycznej.

Treści programowe

1. Definicja procesu stochastycznego; przykłady; rozkłady skończenie wymiarowe; trajektorie procesu; wersja procesu.
2. Twierdzenia Kołmogorowa (o istnieniu procesu stochastycznego, o ciagłej wersji procesu).
3. Definicja procesu Wienera; istnienie procesu Wienera; własności (prawo iterowanego logarytmu; ciągłość i nieróżniczkowalność trajektorii).
4. Warunkowa wartość oczekiwana, definicja, własności.
5. Czasy zatrzymania. Martyngały, podmartyngały, nadmartyngały. Nierówność Dooba.
6. Całka stochastyczna funkcji skokowej, definicja i własności; Całka Itô, definicja i własności. Całka nieoznaczona. Wzór Itô. Różniczka stochastyczna.

Wykaz literatury

- Z. Brzeźniak, T. Zastawniak, *Basic Stochastic Processes*, Springer 2005.
- W. Feller, *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, PWN 2006
- I. I. Gichman, A. W. Skorochod, *Wstęp do teorii procesów stochastycznych*, PWN, 1968.
- J. Jakubowski, R. Sztencel, *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Script, 2000.
- I. Karatzas, S. E. Shreye, *Brownian motion and stochastic calculus*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1988.
- F. Klebaner, *Introduction to Stochastic Calculus with Applications*, ICP 2005.
- A. D. Wentzell, *Wykłady z teorii procesów stochastycznych*, PWN 1980.

Kierunkowe efekty uczenia się

Wiedza

Student zna i rozumie:

- definicje procesu stochastycznego oraz trajektorii procesu;
- twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu stochastycznego;
- twierdzenie Kołmogorowa o ciągłej wersji procesu;
- definicję procesu Wienera;
- prawo iterowanego logarytmu; zna prawo 0-1 Kołmogorowa; wie, że trajektorie procesu Wienera są ciągłe i nieróżniczkowalne;
- definicję oraz własności warunkowej wartości oczekiwanej;
- definicję filtracji oraz pojęcie adaptowalności procesu do filtracji;
- definicję czasu zatrzymania; zna definicje: martyngału, podmartyngału, nadmartyngału;
- nierówność Dooba;
- definicję funkcji skokowej; zna definicję całki stochastycznej z funkcji skokowej względem ruchu Browna;
- własności całki stochastycznej;
- definicję różniczki stochastycznej;
- wzór Ito; zna twierdzenie o różniczce iloczynu - M2_W02, M2_W03
- podstawowe pojęcia i twierdzenia z zakresu rachunku prawdopodobieństwa, które występują w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - M2_W01
- podstawowe pojęcia i twierdzenia z zakresu teorii miary i całki Lebesgue'a występujące w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - M2_W01

Umiejętności

Student potrafi:

- podać jako przykład procesu stochastycznego proces Poissona, omówić jego konstrukcję oraz podać jego zastosowania; zna pojęcie rozkładu skończenie wymiarowego;
- podać przykłady czasów zatrzymania; potrafi podać przykład martyngału;
- podać przykłady procesów stochastycznych związanych z ruchem Browna (most Browna, arytmetyczny oraz geometryczny ruch Browna) oraz podać ich własności;
- zastosować własność izometrii dla całki stochastycznej - M2_U01, M2_U02

	• poprawnie posługiwać się podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa oraz procesów stochastycznych - M2_U03
	Kompetencje społeczne (postawy) Student jest gotów do: • uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia - M2_K01 • precyzyjnego formułowania pytań dotyczących procesów stochastycznych - M2_K02 • rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego - M2_K04 • samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze - M2_K05 • formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych - M2_K06

Kontakt

Henryk.Leszczynski@mat.ug.edu.pl