


**KAPITAŁ LUDZKI**  
 NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

 Projekt współfinansowany przez  
 Unię Europejską w ramach  
 Europejskiego Funduszu  
 Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
 EUROPEJSKI  
 FUNDUSZ SPOŁECZNY


<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Kombinatoryka		11.1.0324	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>pierwszego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka nauczycielska, matematyka ogólna
		specjalizacja	wszystkie
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka finansowa
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Modelowanie matematyczne i analiza danych	specjalizacja	wszystkie
		poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	wszystkie
		specjalizacja	wszystkie
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
prof. UG, dr hab. Andrzej Nowik; dr Marta Frankowska; dr Marek Halenda; dr Poj Lertchoosakul			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>			
2021/2022 letni			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
fakultatywny (do wyboru)		- polski - angielski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
- Rozwiązywanie zadań - Wykład problemowy		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		- Zaliczenie na ocenę - Egzamin	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się</b>			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Kolokwium	Obserwacja postawy studenta	Aktywność na zajęciach
Wiedza				
M2_W01	+	+		
M2_W02	+	+		
M2_W03	+			
Umiejętności				
M2_U01	+	+		
M2_U03			+	
M2_U04	+	+		
M2_U05	+			
M2_U06		+		
M2_U07				+

**Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi**

**A. Wymagania formalne**

Brak

**B. Wymagania wstępne**

Zakładamy znajomość podstawowych pojęć algebry (grupy, permutacje i ich parzystość, pierścienie, ciała, etc.) a także znajomość elementów matematyki dyskretnej (grafy proste).

**Cele kształcenia**

Celem przedmiotu jest przedstawienie wybranych zagadnień kombinatoryki oraz podstawowych twierdzeń tej dziedziny matematyki.

**Treści programowe**

- Powtórka z matematyki dyskretnej (ilość funkcji, permutacji, podzbiorów), liczby Catalana, zasada włączania-wyłączania.
- Tw. Halla (o małżeństwach) i zastosowania do prostokątów łacińskich i wyników turniejów (tw. Landaua). Liczby Bella, Stirlinga I i II rodzaju i zależności między nimi.
- Kwadraty łacińskie i ich podstawowe własności.
- Twierdzenia dotyczące rozszerzania kwadratów łacińskich. Ostatnio rozwiązane hipotezy dotyczące rozszerzania kwadratów łacińskich (problem Dinitza, hipoteza Evansa).
- Ortogonalne kwadraty łacińskie. Definicja liczby  $N(n)$  i jej własności.
- Tw. Ramsey'a (wersja skończona i nieskończona). Pojęcie liczby Ramseya. Najbardziej znane oszacowania liczb Ramseya. Wyznaczenie kilku najbardziej znanych liczb Ramseya ( $R(3,3)$ ,  $R(3,4)$ ).
- Twierdzenia podziałowe: twierdzenie Halesa - Jewetta, twierdzenie Van der Waerdena, twierdzenie Schura i zbiory wolne od sum, wzmianka (bez dowodu) o twierdzeniu Szemerédi.
- Matroidy i algorytmy zachłanne. Wzmianka o problemach otwartych w kombinatoryce, np. problem Frankla, hipoteza Erdosa o zbiorach zawierających ciągi arytmetyczne dowolnej długości. Otwarte problemy dotyczące liczb Ramseya i ich oszacowań.

**Wykaz literatury**

„Wstęp do matematyki dyskretnej”, A. Szepietowski.  
 „Kombinatoryka”, W. Lipski.  
 „Wykłady z kombinatoryki”, Z. Palka, A. Ruciński.  
 "Combinatorics: Topics, Techniques, Algorithms", P. Cameron

**Kierunkowe efekty uczenia się**

**Wiedza**

- Student zna definicje oraz własności podstawowych pojęć kombinatorycznych (ilość funkcji, permutacji, podzbiorów, liczby Catalana, liczby Bella, Stirlinga, itd.).
- Zna i rozumie najważniejsze twierdzenia z kombinatoryki (zasada włączania-wyłączania, twierdzenie Halla, twierdzenie Ramseya, et cetera).
- Student zna wersję nieskończoną twierdzenia Halla;
- Student zna przynajmniej jedno twierdzenie mówiące o oszacowaniu liczby systemów reprezentantów.
- Student zna definicję kwadratu łacińskiego, kwadratu grecko-łacińskiego, ortogonalnej pary kwadratów łacińskich.
- Student wie na czym polega „problem 36 oficerów” i wie jaka jest interpretacja

tego problemu w języku ortogonalnych kwadratów łańcuchowych.

- Student zna definicję oraz podstawowe własności liczby  $N(n)$  i zna jej podstawowe oszacowania oraz zna co najmniej jedno zagadnienie otwarte związane z liczbą  $N(n)$ .
- Student wie dla jakiego  $n \leq 10$  nie istnieje kwadrat grecko - łańcuchowy rozmiaru  $n \times n$ .
- Student zna oba sformułowania twierdzenia Ramseya (w wersji skończonej oraz nieskończonej).
- Student zna prawidłową interpretację zapisu postaci  $R(n,k) \leq M$ ,  $R(n,k) \geq M$ ,  $R(n,k) = M$ .
- Student zna definicję kombinatorycznej gry SIM i wie dlaczego na mocy twierdzenia Ramseya nie jest możliwy w niej remis.
- Student zna poznane wcześniej otwarte problemy z kombinatoryki, potrafi omówić skutki ich ewentualnych rozwiązań. Student potrafi sformułować podstawowe twierdzenia podziałowe: twierdzenie Ramseya, twierdzenie Schura, twierdzenie Halesa - Jewetta, twierdzenie Van der Waerdena.
- Student zna dowód twierdzenia Van der Waerdena na podstawie twierdzenia Halesa-Jewetta.
- Student zna co najmniej dwa przykłady otwartych problemów kombinatoryki
- Student zna pojęcie macierzy Hadamarda i zna co najmniej jedno jej zastosowanie praktyczne.

M2\_W01, M2\_W02, M2\_W03

#### Umiejętności

- Student potrafi podać przykłady zastosowań podstawowych twierdzeń kombinatoryki dla szczególnych przypadków.
- Potrafi wyznaczyć wzory z zadanych zależności rekurencyjnych z uwzględnieniem poznanych na wykładzie specjalnych ciągów liczbowych (liczby Stirlinga, Catalana, Bella). Potrafi wyznaczyć liczbę obiektów liczbowych lub zadanych przez polecenie z treścią korzystając z podstawowych faktów kombinatorycznych.
- Student potrafi wyznaczyć liczbę obiektów zadanego rodzaju przy użyciu pojęcia kombinacji z powtórzeniami.
- Student potrafi zastosować twierdzenie Halla o skojarzeniach w zadaniach z treścią;
- Potrafi sprawdzić korzystając z warunku Halla czy dany graf dwudzielny czy też zadany układ zbiorów posiada SDR (system rozłącznych reprezentatów).
- Student potrafi rozszerzyć prostokąt łańcuchowy do kwadratu łańcuchowego. Student potrafi uzasadnić dlaczego odpowiednio przygotowany niepełny kwadrat łańcuchowy nie da się rozszerzyć do pełnego kwadratu łańcuchowego.
- Student potrafi wypisać kilka nieizomorficznych kwadratów łańcuchowych wymiaru  $n \times n$  dla odpowiednio małych  $n$ .
- Student potrafi dla małej liczby pierwszej  $p$  przeprowadzić opartą na teorii ciał konstrukcję  $p-1$  ortogonalnych kwadratów łańcuchowych.
- Student potrafi naszkicować dowód jednego wybranego twierdzenia podziałowego (np. tw. Schura)
- Student potrafi podać przykłady zastosowań równości  $R(3,3) = 6$ .
- Student potrafi podać interpretację wartości  $S(3) = 13$  oraz odpowiedni kontrprzykład że  $S(3)$  nie jest  $\leq 12$ .
- Student potrafi wyznaczyć macierz Hadamarda wymiaru  $n \times n$  dla odpowiednio niskich parzystych  $n$ .

M2\_U01, M2\_U03, M2\_U04, M2\_U05, M2\_U06, M2\_U07

#### Kompetencje społeczne (postawy)

#### Kontakt

andrzej@mat.ug.edu.pl