



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez
Unię Europejską w ramach
Europejskiego Funduszu
Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Nazwa przedmiotu		Kod ECTS	
Kombinatoryka		11.1.0324	
Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot			
Instytut Matematyki			
Studia			
wydział	kierunek	poziom	pierwszego stopnia
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka nauczycielska, matematyka, matematyka ogólna
		specjalizacja	wszystkie
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka stosowana, matematyka finansowa
		specjalizacja	wszystkie
Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)			
prof. UG, dr hab. Andrzej Nowik; dr Marta Frankowska; dr Marek Hałenda; dr Poj Lertchoosakul			
Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin		Liczba punktów ECTS	
Formy zajęć		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
Sposób realizacji zajęć			
zajęcia w sali dydaktycznej			
Liczba godzin			
Wykład: 30 godz., Ćw. audytoryjne: 30 godz.			
Termin realizacji przedmiotu			
2020/2021 letni			
Status przedmiotu		Język wykładowy	
fakultatywny (do wyboru)		- polski - angielski	
Metody dydaktyczne		Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne	
- Rozwiązywanie zadań - Wykład problemowy		Sposób zaliczenia	
		- Zaliczenie na ocenę - Egzamin	
		Formy zaliczenia	
		- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium	
		Podstawowe kryteria oceny	
Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Kolokwium	Obserwacja postawy studenta	Aktywność na zajęciach
Wiedza				
M2_W01	+	+		
M2_W02	+	+		
M2_W03	+			
Umiejętności				
M2_U01	+	+		
M2_U03			+	
M2_U04	+	+		
M2_U05	+			
M2_U06		+		
M2_U07				+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

Brak

B. Wymagania wstępne

Zakładamy znajomość podstawowych pojęć algebry (grupy, permutacje i ich parzystość, pierścienie, ciała, etc.) a także znajomość elementów matematyki dyskretnej (grafy proste).

Cele kształcenia

Celem przedmiotu jest przedstawienie wybranych zagadnień kombinatoryki oraz podstawowych twierdzeń tej dziedziny matematyki.

Treści programowe

- Powtórka z matematyki dyskretnej (ilość funkcji, permutacji, podzbiorów), liczby Catalana, zasada włączania-wyłączania.
- Tw. Halla (o małżeństwach) i zastosowania do prostokątów łacińskich i wyników turniejów (tw. Landaua). Liczby Bella, Stirlinga I i II rodzaju i zależności między nimi.
- Kwadraty łacińskie i ich podstawowe własności.
- Twierdzenia dotyczące rozszerzania kwadratów łacińskich. Ostatnio rozwiązane hipotezy dotyczące rozszerzania kwadratów łacińskich (problem Dinitza, hipoteza Evansa).
- Ortogonalne kwadraty łacińskie. Definicja liczby $N(n)$ i jej własności.
- Tw. Ramsey'a (wersja skończona i nieskończona). Pojęcie liczby Ramseya. Najbardziej znane oszacowania liczb Ramseya.
Wyznaczenie kilku najbardziej znanych liczb Ramseya ($R(3,3)$, $R(3,4)$).
- Twierdzenia podziałowe: twierdzenie Halesa - Jewetta, twierdzenie Van der Waerdena, twierdzenie Schura i zbiory wolne od sum, wzmianka (bez dowodu) o twierdzeniu Szemerédi.
- Matroidy i algorytmy zachłanne. Wzmianka o problemach otwartych w kombinatoryce, np. problem Frankla, hipoteza Erdosa o zbiorach zawierających ciągi arytmetyczne dowolnej długości. Otwarte problemy dotyczące liczb Ramsey'a i ich oszacowań.

Wykaz literatury

- „Wstęp do matematyki dyskretnej”, A. Szepietowski.
- „Kombinatoryka”, W. Lipski, PWN 84.
- „Wykłady z kombinatoryki”, Z. Palka, A. Ruciński.
- “Combinatorics: Topics, Techniques, Algorithms”, P. Cameron

Kierunkowe efekty kształcenia

Wiedza

- Student zna definicje oraz własności podstawowych pojęć kombinatorycznych (ilość funkcji, permutacji, podzbiorów, liczby Catalana, liczby Bella, Stirlinga, itd.).
- Zna i rozumie najważniejsze twierdzenia z kombinatoryki (zasada włączania-wyłączania, twierdzenie Halla, twierdzenie Ramseya, et cetera).
- Student zna wersję nieskończoną twierdzenia Halla;
- Student zna przynajmniej jedno twierdzenie mówiące o oszacowaniu liczby systemów reprezentantów.

- Student zna definicję kwadratu łacińskiego, kwadratu grecko-łacińskiego, ortogonalnej pary kwadratów łacińskich.
- Student wie na czym polega „problem 36 oficerów” i wie jaka jest interpretacja tego problemu w języku ortogonalnych kwadratów łacińskich.
- Student zna definicję oraz podstawowe własności liczby $N(n)$ i zna jej podstawowe oszacowania oraz zna co najmniej jedno zagadnienie otwarte związane z liczbą $N(n)$.
- Student wie dla jakiego $n \leq 10$ nie istnieje kwadrat grecko - łaciński rozmiaru $n \times n$.
- Student zna oba sformułowania twierdzenia Ramseya (w wersji skończonej oraz nieskończonej).
- Student zna prawidłową interpretację zapisu postaci $R(n,k) \leq M$, $R(n,k) \geq M$, $R(n,k) = M$.
- Student zna definicję kombinatorycznej gry SIM i wie dlaczego na mocy twierdzenia Ramseya nie jest możliwy w niej remis.
- Student zna poznane wcześniej otwarte problemy z kombinatoryki, potrafi omówić skutki ich ewentualnych rozwiązań. Student potrafi sformułować podstawowe twierdzenia podziałowe: twierdzenie Ramseya, twierdzenie Schura, twierdzenie Halesa - Jewetta, twierdzenie Van der Waerdena.
- Student zna dowód twierdzenia Van der Waerdena na podstawie twierdzenia Halesa-Jewetta.
- Student zna co najmniej dwa przykłady otwartych problemów kombinatoryki
- Student zna pojęcie macierzy Hadamarda i zna co najmniej jedno jej zastosowanie praktyczne.

M2_W01, M2_W02, M2_W03

Umiejętności

- Student potrafi podać przykłady zastosowań podstawowych twierdzeń kombinatoryki dla szczególnych przypadków.
- Potrafi wyznaczyć wzory z zadanych zależności rekurencyjnych z uwzględnieniem poznanych na wykładzie specjalnych ciągów liczbowych (liczby Stirlinga, Catalana, Bella). Potrafi wyznaczyć liczbę obiektów liczbowych lub zadanych przez polecenie z treścią korzystając z podstawowych faktów kombinatorycznych.
- Student potrafi wyznaczyć liczbę obiektów danego rodzaju przy użyciu pojęcia kombinacji z powtórzeniami.
- Student potrafi zastosować twierdzenie Halla o skojarzeniach w zadaniach z treścią;
- Potrafi sprawdzić korzystając z warunku Halla czy dany graf dwudzielny czy też zadany układ zbiorów posiada SDR (system rozłącznych reprezentatów).
- Student potrafi rozszerzyć prostokąt łaciński do kwadratu łacińskiego. Student potrafi uzasadnić dlaczego odpowiednio przygotowany niepełny kwadrat łaciński nie da się rozszerzyć do pełnego kwadratu łacińskiego.
- Student potrafi wypisać kilka nieizomorficznych kwadratów łacińskich wymiaru $n \times n$ dla odpowiednio małych n .
- Student potrafi dla małej liczby pierwszej p przeprowadzić opartą na teorii ciał konstrukcję $p-1$ ortogonalnych kwadratów łacińskich.
- Student potrafi naszkicować dowód jednego wybranego twierdzenia podziałowego (np. tw. Schura)
- Student potrafi podać przykłady zastosowań równości $R(3,3) = 6$.
- Student potrafi podać interpretację wartości $S(3) = 13$ oraz odpowiedni kontrprzykład że $S(3)$ nie jest ≤ 12 .
- Student potrafi wyznaczyć macierz Hadamarda wymiaru $n \times n$ dla odpowiednio niskich parzystych n .

M2_U01, M2_U03, M2_U04, M2_U05, M2_U06, M2_U07

Kompetencje społeczne (postawy)

Kontakt

andrzej@mat.ug.edu.pl