KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Nazwa przedmiotu

Analiza funkcjonalna I

Kod ECTS

11.1.0369

Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot

Instytut Matematyki

Studia

wydział	kierunek		
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka stosowana, matematyka finansowa
		specjalizacja	wszystkie

Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)

prof. UG, dr hab. Jacek Gulgowski; prof. UG, dr hab. Andreas Zastrow; prof. UG, dr hab. Jarosław Pykacz; dr Danuta Jaruszewska-Walczak; dr Aleksandra Nowel

Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin

Formy zajęć

Wykład, Ćw. audytoryjne

Sposób realizacji zajęć

zajęcia w sali dydaktycznej

Liczba godzin

Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.

Liczba punktów ECTS

5

Termin realizacji przedmiotu

2021/2022 letni

Status przedmiotu

obowiązkowy

Język wykładowy

polski

Metody dydaktyczne

- Dyskusja
- Rozwiązywanie zadań
- Wykład problemowy

Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne

Sposób zaliczenia

- Zaliczenie na ocenę
- Egzamin

Formy zaliczenia

- egzamin ustny
- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi
- kolokwium

Podstawowe kryteria oceny

Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta	Aktywność w dyskusji
	Wiedza			
M2_W01	+			
M2_W02	+			
	Umiejętności			
M2_U01	+	+		
	Kompetencje			
M2_K01			+	
M2_K02				+
M2_K04			+	
M2_K06				+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne
Brak.

B. Wymagania wstępne
Student musi mieć zaliczony przedmiot Analiza Matematyczna I.
Wskazane jest również zaliczenie przedmiotu Analiza Matematyczna II.

Cele kształcenia

Celem przedmiotu jest przedstawienie podstawowych pojęć i twierdzeń Analizy Funkcjonalnej.

Treści programowe

1. Przestrzeń metryczna. Ciąg Cauchy'ego, zupełność, zwartość. Przestrzeń funkcji ciągłych C[a,b], przestrzenie l^p, L^p(a,b).
2. Metoda odwzorowań zwężających w zupełnej przestrzeni metrycznej. Zastosowania do badania równań nieliniowych: równania całkowe, zagadnienie Cauchy'ego dla równania różniczkowego pierwszego rzędu
3. Przestrzenie unormowane, przestrzenie Banacha i ich najprostsze własności geometryczne. Przykłady przestrzeni Banacha. Niezwartość kuli w przestrzeniach unormowanych nieskończenie wymiarowych.
4. Przestrzenie unitarne, przestrzenie Hilberta. Nierówność Schwarza. Tożsamość równoległoboku. Wzór polaryzacyjny na iloczyn skalarny. Ortogonalizacja bazy. Twierdzenie Schmidta. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym, wyznacznik Grama. Szeregi Fouriera, nierówność Bessela, układ ortonormalny zupełny wprzestrzeni Hilberta.
5. Odwzorowanie liniowe w przestrzeniach unormowanych i przestrzeniach Banacha. Ograniczoność i ciągłość operatora liniowego, jądro i obraz odwzorowania, odwzorowanie odwrotne. Przestrzeń odwzorowań liniowych, norma odwzorowania. Operatory całkowe.
6. Funkcjonały liniowe na przestrzeni unormowanej. Przestrzeń sprzężona z przestrzenią unormowaną. Postać funkcjonałów liniowych na przestrzeniach l^p, L^p(a,b).
7. Twierdzenie Riesza o reprezentacji funkcjonału w przestrzeni Hilberta.
8. Słaba zbieżność w przestrzeni unormowanej.

Wykaz literatury

1. A. Alexiewicz - *Analiza funkcjonalna*, PWN 1968.
2. J. Musielak - *Wstęp do analizy funkcjonalnej*, PWN 1989.
3. W. Kołodziej - *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, PWN 1982.

Kierunkowe efekty uczenia się

Wiedza

Student, który zaliczył przedmiotzna i rozumie:
- definicje oraz podstawowe własności pewnych klas przestrzeni liniowo topologicznych (przestrzeni unormowanych, Banacha, unitarnych oraz Hilberta); rozumie związki pomiędzy nimi; zna dowody wybranych własności tych przestrzeni; (M2_W01, M2_W02)
- podstawowe własności nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli, istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (M2_W01, M2_W02)
- własności odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; rozumie równoważne definicje ciągłości odwzorowań liniowych; zna definicję normy odwzorowania liniowego oraz przestrzeni odwzorowań liniowych (M2_W01, M2_W02)
- pojęcie funkcjonału liniowego na przestrzeni unormowanej; zna definicję

przestrzeni sprzężonej do danej przestrzeni unormowanej; zna postać funkcjonału liniowego na pewnych przestrzeniach (l^p, L^p(a,b)); zna twierdzenie Riesza o reprezentacji funkcjonału liniowego w przestrzeni Hilberta; zna pojęcie słabej zbieżności w przestrzeni unormowanej (M2_W01, M2_W02)
- pojęcie ortogonalności oraz ortonormalności w przestrzeni unitarnej; zna metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); zna twierdzenie o rzucie ortogonalnym; zna pojęcie zupełności układu ortogonalnego wektorów oraz pojęcie szeregu Fouriera; zna nierówność Bessela (M2_W01, M2_W02)

Umiejętności

Student, który zaliczył przedmiot potrafi:

- sprawdzić czy odwzorowanie jest normą w przestrzeni liniowej; umie sprawdzić czy podane odwzorowanie jest iloczynem skalarnym w przestrzeni liniowej; umie zbadać równoważność norm; potrafi podać przykłady przestrzeni unormowanych, unitarnych, Banacha i Hilberta (w tym odpowiednich przestrzeni funkcyjnych) (M2_U01)
- wskazać podstawowe własności nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli, istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (M2_U01)
- sprawdzić ciągłość odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; umie znaleźć normy pewnych odwzorowań liniowych (takich jak operatory całkowe) (M2_U01)
- policzyć normę funkcjonału liniowego w pewnych przestrzeniach (l^p, L^p(a,b)); umie policzyć normę funkcjonału liniowego na przestrzeni Hilberta w oparciu o twierdzenie Riesza; umie sprawdzić słabą zbieżność ciągu w przestrzeni Hilberta (M2_U01)
- zastosować metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); umie znaleźć rzut ortogonalny punktu na podprzestrzeń liniową; umie znaleźć odległość punktu od poprzestrzeni liniowej; umie znaleźć współczynniki szeregu Fouriera względem danego układu ortonormalnego; umie wykorzystać wymienione tu własności przestrzeni Hilberta w różnych sytuacjach. (M2_U01)

Kompetencje społeczne (postawy)

Student jest gotów do:

- uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia - M2_K01
- precyzyjnego formułowania pytań dotyczących analizy funkcjonalnej I - M2_K02
- rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego - M2_K04
- samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze - M2_K05
- formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych - M2_K06

Kontakt

jacek.gulgowski@mat.ug.edu.pl