KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

**Nazwa przedmiotu**

Analiza funkcjonalna I

**Kod ECTS**

11.1.0369

**Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot**

Instytut Matematyki

**Studia**

| wydział | kierunek | | |
|---|---|---|---|
| Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki | Matematyka | poziom | drugiego stopnia |
| | | forma | stacjonarne |
| | | moduł specjalnościowy | matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka stosowana, matematyka finansowa |
| | | specjalizacja | wszystkie |

**Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)**

dr hab. Jacek Gulgowski; prof. UG, dr hab. Jarosław Pykacz; dr Aleksandra Nowel; prof. UG, dr hab. Andreas Zastrow

**Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin**

**Formy zajęć**

Wykład, Ćw. audytoryjne

**Sposób realizacji zajęć**

zajęcia w sali dydaktycznej

**Liczba godzin**

Wykład: 30 godz., Ćw. audytoryjne: 30 godz.

**Liczba punktów ECTS**

5

**Termin realizacji przedmiotu**

2020/2021 letni

**Status przedmiotu**

obowiązkowy

**Język wykładowy**

polski

**Metody dydaktyczne**

- Dyskusja
- Rozwiązywanie zadań
- Wykład problemowy

**Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne**

**Sposób zaliczenia**

- Zaliczenie na ocenę
- Egzamin

**Formy zaliczenia**

- egzamin ustny
- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi
- kolokwium

**Podstawowe kryteria oceny**

**Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia**

| zakładany efekt kształcenia | Egzamin | Zaliczenie | Obserwacja postawy studenta | Aktywność w dyskusji |
|---|---|---|---|---|
| | Wiedza | | | |
| M2_W01 | + | | | |
| M2_W02 | + | | | |
| | Umiejętności | | | |
| M2_U01 | + | + | | |
| | Kompetencje | | | |
| M2_K01 | | | + | |
| M2_K02 | | | | + |
| M2_K04 | | | + | |
| M2_K06 | | | | + |

## Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

**A. Wymagania formalne**

Brak.

**B. Wymagania wstępne**

Student musi mieć zaliczony przedmiot Analiza Matematyczna I.
Wskazane jest również zaliczenie przedmiotu Analiza Matematyczna II.

## Cele kształcenia

Celem przedmiotu jest przedstawienie podstawowych pojęć i twierdzeń Analizy Funkcjonalnej.

## Treści programowe

1. Przestrzeń metryczna. Ciąg Cauchy'ego, zupełność, zwartość. Przestrzeń funkcji ciągłych C[a,b], przestrzenie l^p, L^p(a,b).
2. Metoda odwzorowań zwężających w zupełnej przestrzeni metrycznej. Zastosowania do badania równań nieliniowych: równania całkowe, zagadnienie Cauchy'ego dla równania różniczkowego pierwszego rzędu
3. Przestrzenie unormowane, przestrzenie Banacha i ich najprostsze własności geometryczne. Przykłady przestrzeni Banacha. Niezwartość kuli w przestrzeniach unormowanych nieskończenie wymiarowych.
4. Przestrzenie unitarne, przestrzenie Hilberta. Nierówność Schwarza. Tożsamość równoległoboku. Wzór polaryzacyjny na iloczyn skalarny. Ortogonalizacja bazy. Twierdzenie Schmidta. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym, wyznacznik Grama. Szeregi Fouriera, nierówność Bessela, układ ortonormalny zupełny wprzestrzeni Hilberta.
5. Odwzorowanie liniowe w przestrzeniach unormowanych i przestrzeniach Banacha. Ograniczoność i ciągłość operatora liniowego, jądro i obraz odwzorowania, odwzorowanie odwrotne. Przestrzeń odwzorowań liniowych, norma odwzorowania. Operatory całkowe.
6. Funkcjonały liniowe na przestrzeni unormowanej. Przestrzeń sprzężona z przestrzenią unormowaną. Postać funkcjonałów liniowych na przestrzeniach l^p, L^p(a,b).
7. Twierdzenie Riesza o reprezentacji funkcjonału w przestrzeni Hilberta.
8. Słaba zbieżność w przestrzeni unormowanej.

## Wykaz literatury


1. A. Alexiewicz - *Analiza funkcjonalna*, PWN 1968.
2. J. Musielak - *Wstęp do analizy funkcjonalnej*, PWN 1989.
3. W. Kołodziej - *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, PWN 1982.


## Kierunkowe efekty kształcenia

### Wiedza

Student, który zaliczył przedmiotzna i rozumie:

- definicje oraz podstawowe własności pewnych klas przestrzeni liniowo topologicznych (przestrzeni unormowanych, Banacha, unitarnych oraz Hilberta); rozumie związki pomiędzy nimi; zna dowody wybranych własności tych przestrzeni; (M2_W01, M2_W02)
- podstawowe własności nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli,  istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (M2_W01, M2_W02)
- własności odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; rozumie równoważne definicje ciągłości odwzorowań liniowych; zna definicję normy odwzorowania liniowego oraz przestrzeni odwzorowań liniowych (M2_W01, M2_W02)
- pojęcie funkcjonału liniowego na przestrzeni unormowanej; zna definicję przestrzeni sprzężonej do danej przestrzeni unormowanej; zna postać funkcjonału liniowego na pewnych przestrzeniach (l^p, L^p(a,b)); zna twierdzenie Riesza o reprezentacji funkcjonału liniowego w przestrzeni Hilberta; zna pojęcie słabej zbieżności w przestrzeni unormowanej (M2_W01, M2_W02)
- pojęcie ortogonalności oraz ortonormalności w przestrzeni unitarnej; zna metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); zna twierdzenie o rzucie ortogonalnym; zna pojęcie zupełności układu ortogonalnego wektorów oraz pojęcie szeregu Fouriera; zna nierówność Bessela (M2_W01, M2_W02)

### Umiejętności

Student, który zaliczył przedmiot potrafi:

- sprawdzić czy odwzorowanie jest normą w przestrzeni liniowej; umie sprawdzić czy podane odwzorowanie jest iloczynem skalarnym w przestrzeni liniowej; umie zbadać równoważność norm; potrafi podać przykłady przestrzeni unormowanych, unitarnych, Banacha i Hilberta (w tym odpowiednich przestrzeni funkcyjnych) (M2_U01)

| | |
|---|---|
| | • wskazać podstawowe własności nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli, istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (M2_U01)<br>• sprawdzić ciągłość odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; umie znaleźć normy pewnych odwzorowań liniowych (takich jak operatory całkowe) (M2_U01)<br>• policzyć normę funkcjonału liniowego w pewnych przestrzeniach (l^p, L^p(a,b)); umie policzyć normę funkcjonału liniowego na przestrzeni Hilberta w oparciu o twierdzenie Riesza; umie sprawdzić słabą zbieżność ciągu w przestrzeni Hilberta (M2_U01)<br>• zastosować metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); umie znaleźć rzut ortogonalny punktu na podprzestrzeń liniową; umie znaleźć odległość punktu od poprzestrzeni liniowej; umie znaleźć współczynniki szeregu Fouriera względem danego układu ortonormalnego; umie wykorzystać wymienione tu własności przestrzeni Hilberta w różnych sytuacjach. (M2_U01) |
| | **Kompetencje społeczne (postawy)** |
| | Student jest gotów do:<br>• uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia - M2_K01<br>• precyzyjnego formułowania pytań dotyczących analizy funkcjonalnej I - M2_K02<br>• rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego - M2_K04<br>• samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze - M2_K05<br>• formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych - M2_K06 |
| **Kontakt** | |
| jacek.gulgowski@mat.ug.edu.pl | |