KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Nazwa przedmiotu

Analiza matematyczna 3

Kod ECTS

11.1.0528

Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot

Instytut Matematyki

Studia

wydział	kierunek		
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	pierwszego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka nauczycielska, matematyka ogólna
		specjalizacja	wszystkie

Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)

prof. dr hab. Tomasz Natkaniec; dr Nikodem Mrożek; dr Barbara Wolnik; prof. UG, dr hab. Jarosław Pykacz; prof. UG, dr hab. Antoni Augustynowicz; dr Adam Kwela; Jakub Knitter; dr Jolanta Wesołowska; dr hab. Rafał Filipów; dr hab. Piotr Szuca; dr Jan Jastrzębski; mgr Marcin Staniszewski; dr Jacek Gulgowski; dr Jacek Tryba

Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin

Formy zajęć

Wykład, Ćw. audytoryjne

Sposób realizacji zajęć

zajęcia w sali dydaktycznej

Liczba godzin

Wykład: 60 godz., Ćw. audytoryjne: 60 godz.

Liczba punktów ECTS

11

Termin realizacji przedmiotu

2020/2021 zimowy

Status przedmiotu

obowiązkowy

Język wykładowy

polski

Metody dydaktyczne

- Rozwiązywanie zadań
- Wykład problemowy

Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne

Sposób zaliczenia

- Zaliczenie na ocenę
- Egzamin

Formy zaliczenia

- egzamin ustny
- aktywność na ćwiczeniach
- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi
- kolokwium

Podstawowe kryteria oceny

Zaliczenie ćwiczeń następuje na podstawie trzech kolokwiów w semestrze. Egzamin końcowy - pisemny z teorii po każdym semstrze. Warunkiem zaliczenia (zdania egzaminu) jest uzyskanie ponad 50% maksymalnej liczby punktów. Ocena końcowa jest średnią oceny z zaliczenia i oceny z egzaminu.

Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta	Aktywność w dyskusji
	Wiedza			
M_W01	+			
M_W02	+			
M_W03	+			
M_W07	+			
M_W08	+			
M_W09	+			
	Umiejętności			
M_U01		+		
M_U02		+		
M_U03		+		
M_U07		+		
M_U08	+			
M_U09	+			
	Kompetencje			
M_K01			+	
M_K02				+
M_K04			+	
M_K06				+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

Frekwencja na ćwiczeniach - zgodnie z Regulaminem Studiów. Obecność na wykładach nie jest obowiązkowa, ale jest mocno zalecana.

B. Wymagania wstępne

Typowy kurs szkoły średniej.

Cele kształcenia

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z pojęciami, twierdzeniami i metodami rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych.

Treści programowe

Semestr I:

1. Liczby rzeczywiste. Aksjomatyka liczb rzeczywistych. Kresy zbiorów. Ciągi liczb rzeczywistych. Pojęcie ciągu, ciągi monotoniczne, ciągi ograniczone. Granica ciągu, tw. o granicach sum, iloczynów i ilorazów ciągów zbieżnych, tw. o trzech ciągach, granice ciągów monotonicznych. Warunek Cauchy'ego. Punkty skupienia ciągu, granica dolna i górna. Granice niewłaściwe.
2. Szeregi liczbowe. Zbieżność i suma szeregu, szereg geometryczny. Warunek konieczny zbieżności szeregu. Szereg harmoniczny. Podstawowe kryteria zbieżności szeregu o wyrazach nieujemnych. Zbieżność bezwzględna, bezwarunkowa i warunkowa. Kryteria Dirichleta, Abela i Leibniza. Mnożenie szeregów.
3. Funkcje rzeczywiste zmiennej rzeczywistej. Definicja Cauchy'ego i Heinego granicy i ciągłości funkcji. Ciągłość jednostajna. Własności funkcji ciągłej na przedziale domkniętym. Granice niewłaściwe. Zbiór liczb granicznych funkcji w punkcie; granica dolna i górna.
4. Pochodna funkcji jednej zmiennej. Pochodna, jej sens geometryczny. Pochodne funkcji elementarnych. Pochodna sumy, iloczynu, ilorazu i superpozycji funkcji, pochodna funkcji odwrotnej. Tw. Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego. Pochodne wyższych rzędów. Wzór Taylora. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremum lokalnego. Zastosowania rachunku różniczkowego do badania przebiegu zmienności funkcji. Reguła de l'Hospitala.

Semestr II:

1. Całka Riemanna funkcji jednej zmiennej. Konstrukcja całki Riemanna i jej podstawowe własności. Całkowalność funkcji ciągłej. Oszacowania całki, całkowe twierdzenia o wartości średniej. Całka nieoznaczona (pojęcie funkcji pierwotnej). Podstawowe twierdzenie rachunku całkowego. Całkowanie przez części i przez podstawienie.
2. Ciągi i szeregi funkcyjne. Zbieżność punktowa i zbieżność jednostajna ciągów i szeregów funkcyjnych. Warunek Cauchy'ego dla zbieżności jednostajnej. Tw. o ciągłości granicy (sumy) ciągu (szeregu) jednostajnie zbieżnego. Kryterium Weierstrassa. Tw. Weierstrassa o aproksymacji

funkcji ciągłych wielomianami. Szeregi potęgowe, ich promień i przedział zbieżności. Definicja funkcji elementarnych przy pomocy szeregów potęgowych. Całkowanie ciągów i szeregów funkcyjnych. Szeregi Fouriera. Podstawowe własności szeregów Fouriera.

3. Metryka euklidesowa w przestrzeniach R^k, zbieżność ciągów w R^k. Ciągłośc i różniczkowalnośc funkcji jednej zmiennej o wartościach R^n (funkcje wektorowe). Styczna do krzywej, krzywizna krzywej. Własności normy i iloczynu skalarnego. Zbiory otwarte i domknięte, zbiory zwarte w przestrzeniach euklidesowych. Granice i ciągłość funkcji wielu zmiennych o wartościach wektorowych.

Semestr III:

1. Pochodne funkcji wielu zmiennych. Pochodne cząstkowe, pochodna kierunkowa, pochodna (różniczka) - związki pomiędzy tymi pojęciami.
2. Pochodne wyższych rzędów, tw. Schwartza o przemienności różniczkowania cząstkowego. Wzór Taylora, ekstrema lokalne.
3. Odwzorowania R^n w R^m , jakobian, dyfeomorfizm, twierdzenie o lokalnym dyfeomorfizmie. Twierdzenie o funkcjach uwikłanych. Ekstrema warunkowe.
4. Całka Riemanna w R^2 i R^3 (oraz R^k), tw. o całkach iterowanych, tw. o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej.
5. Całka krzywoliniowa. 1- i 2-formy. Całka z 1- i 2-form. Twierdzenia Grena i Stokes'a.

Wykaz literatury

1. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1982.
2. K. Kuratowski Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN Warszawa 1973.
3. L. Górniewicz, R. Ingarden. Analiza matematyczna dla fizyków. Wyd. UMK, Toruń 1996.
4. A. Birkholc: Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych. PWN W-wa, 1995.
5. G.M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, tom I, II i III. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1978.
6. W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986.
7. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001.

Kierunkowe efekty kształcenia

Wiedza

Student, który zaliczył przedmiot:

1. zna i rozumie podstawowe pojęcia analizy matematycznej, zna i rozumie podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowalnego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, a także wykorzystywane w nich metody gałęzie innych gałęzi matematyki, ze szczególnym wykorzystaniem algebry liniowej i topologii. W szczególności: zna aksjomaty liczb rzeczywistych, zna przykłady liczb niewymiernych, w tym liczby e; zna zasadę indukcji matematycznej; zna definicje i podstawowe twierdzenia związane z pojęciami ciągów i szeregów: liczbowego oraz funkcyjnego; zna definicje i podstawowe własności granicy funkcji; zna definicje i podstawowe własności funkcji ciągłych; zna definicje, interpretacje geometryczną i fizyczną oraz własności pochodnej funkcji jednej i wielu zmiennych; zna i rozumie definicję całki Riemanna jednej i wielu zmiennych; zna i rozumie pojęcia całki krzywoliniowej, całki z 1-form oraz 2-form różniczkowych. M_W02, M_W08, M_W09;
2. zna podstawowe pojęcia logiki matematycznej i teorii mnogości występujące w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - M_W01;
3. zna podstawowe pojęcia algebry liniowej i geometrii analitycznej występujące w poznanych twierdzeniach i ich dowodach- M_W03;
4. zna podstawowe definicje topologiczne w przestrzeniach R^k (zbieżność ciągów, zbiory otwarte, domknięte, zwarte) - M_W07;

Umiejętności

Student, który zaliczył przedmiot:

1. potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować definicje i twierdzenia; umie operować pojęciem liczby rzeczywistej, potrafi dowieść wymierność/niewymierność liczby; potrafi przeprowadzać dowody metodą indukcji matematycznej; potrafi definiować funkcje i relacje rekurencyjne; potrafi - na prostym i średnim poziomie trudności - obliczać granice ciągów, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów liczbowych; badać zbieżność punktową i jednostajną szeregów funkcyjnych; rozwijać funkcje w szereg Maclaurina i w szereg Fouriera; umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z poszukiwaniem ekstremów oraz badaniem przebiegu funkcji, podając precyzyjne i ścisłe

	uzasadnienia swoich rozumowań; potrafi całkować funkcje jednej i wielu zmiennych przez części i przez podstawianie; potrafi sprowadzać całkę z funkcji wielu zmiennych do całki iterowanej; potrafi obliczać całki krzywoliniowe i powierzchniowe. M_U02, M_U08, M_U09; 2. poprawnie posługuje się podstawowymi pojęciami logiki matematycznej, teorii mnogości i topologii występującymi w poznanych twierdzeniach i ich dowodach. M_U01, M_U07; 3. poprawnie posługuje się podstawowymi pojęciami algebry liniowej i geometrii analitycznej występującymi w poznanych twierdzeniach i ich dowodach. M_U03;
	Kompetencje społeczne (postawy) Student: 1. rozumie swoje ograniczenia oraz potrzebę dalszego kształcenia. M_K01; 2. potrafi formułować pytania służące pogłebianiu tematu. M_K02; 3. rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej. M_K04; 4. potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych. M_K06.

Kontakt

mattn@mat.ug.edu.pl