



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez
Unię Europejską w ramach
Europejskiego Funduszu
Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Nazwa przedmiotu		Kod ECTS	
Analiza funkcjonalna z zastosowaniami		11.1.0602	
Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot			
Instytut Fizyki Teoretycznej i Astrofizyki			
Studia			
wydział	kierunek	poziom	drugiego stopnia
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Modelowanie matematyczne i analiza danych	forma	stacjonarne
		moduł	wszystkie
		specjalnościowy	wszystkie
		specjalizacja	wszystkie
Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)			
dr hab. Marcin Marciniak; dr Krzysztof Szczygielski; mgr Michał Banacki; dr Adrian Kołodziejcki			
Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin		Liczba punktów ECTS	
Formy zajęć		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
Sposób realizacji zajęć			
zajęcia w sali dydaktycznej			
Liczba godzin			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
Termin realizacji przedmiotu			
2022/2023 letni			
Status przedmiotu		Język wykładowy	
obowiązkowy		polski	
Metody dydaktyczne		Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne	
<ul style="list-style-type: none"> - Dyskusja - Rozwiązywanie zadań - Wykład problemowy 		Sposób zaliczenia	
		<ul style="list-style-type: none"> - Zaliczenie na ocenę - Egzamin 	
		Formy zaliczenia	
		<ul style="list-style-type: none"> - egzamin ustny - egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium 	
		Podstawowe kryteria oceny	
Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta	Aktywność w dyskusji
Wiedza				
MMAD2_W01	+			
MMAD2_W02	+			
MMAD2_W03	+			
Umiejętności				
MMAD2_U01	+	+		
MMAD2_U06	+	+		
Kompetencje				
MMAD2_K01			+	
MMAD2_K02				+
MMAD2_K04			+	
MMAD2_K06				+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

Brak.

B. Wymagania wstępne

Student musi mieć zaliczony przedmiot Analiza Matematyczna, wskazane jest również zaliczenie przedmiotu Zaawansowana Analiza Matematyczna.

Cele kształcenia

Celem przedmiotu jest przedstawienie podstawowych pojęć i twierdzeń Analizy Funkcjonalnej oraz ich zastosowań.

Treści programowe

1. Przestrzeń metryczna. Ciąg Cauchy'ego, zupełność, zwartość. Przestrzeń funkcji ciągłych $C[a,b]$, przestrzenie l^p , $L^p(a,b)$.
2. Metoda odwzorowań zwężających w zupełnej przestrzeni metrycznej. Zastosowania do badania równań nieliniowych: równania całkowe, zagadnienie Cauchy'ego dla równania różniczkowego pierwszego rzędu.
3. Przestrzenie unormowane, przestrzenie Banacha i ich najprostsze własności geometryczne. Przykłady przestrzeni Banacha. Niezwartość kuli w przestrzeniach unormowanych nieskończenie wymiarowych.
4. Przestrzenie unitarne, przestrzenie Hilberta. Nierówność Schwarz'a. Tożsamość równoległoboku. Wzór polaryzacyjny na iloczyn skalarny. Ortogonalizacja bazy. Twierdzenie Schmidta. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym, wyznacznik Grama. Szeregi Fouriera, nierówność Bessela, układ ortonormalny zupełny w przestrzeni Hilberta.
5. Odwzorowanie liniowe w przestrzeniach unormowanych i przestrzeniach Banacha. Ograniczoność i ciągłość operatora liniowego, jądro i obraz odwzorowania, odwzorowanie odwrotne. Przestrzeń odwzorowań liniowych, norma odwzorowania. Operatory całkowe.
6. Funkcjonały liniowe na przestrzeni unormowanej. Przestrzeń sprzężona z przestrzenią unormowaną. Postać funkcyjonałów liniowych na przestrzeniach l^p , $L^p(a,b)$.
7. Twierdzenie Riesz'a o reprezentacji funkcyjonału w przestrzeni Hilberta.
8. Słabe topologie w przestrzeni unormowanej, twierdzenie Alaoglu.
9. Elementy teorii algebr operatorowych. Algebry Banacha i C^* -algebry, twierdzenia Gelfanda-Naimarka, rachunek funkcyjonalny dla elementów samosprężonych, algebry von Neumanna, twierdzenie o bikomutancie.
10. Zastosowania algebr operatorowych w mechanice kwantowej.

Wykaz literatury

1. A. Alexiewicz - *Analiza funkcjonalna*, PWN 1968.
2. J. Musielak - *Wstęp do analizy funkcjonalnej*, PWN 1989.
3. W. Kołodziej - *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, PWN 1982.

Kierunkowe efekty uczenia się

Wiedza

Student, który zaliczył przedmiot zna i rozumie:

- definicje oraz podstawowe własności pewnych klas przestrzeni liniowo topologicznych (przestrzeni unormowanych, Banacha, unitarnych oraz Hilberta); rozumie związki pomiędzy nimi; zna dowody wybranych własności tych przestrzeni; (MMAD2_W01, MMAD2_W02, MMAD2_W03)
- podstawowe własności nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli, istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (MMAD2_W01, MMAD2_W02)

	<ul style="list-style-type: none"> własności odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; rozumie równoważne definicje ciągłości odwzorowań liniowych; zna definicję normy odwzorowania liniowego oraz przestrzeni odwzorowań liniowych (MMAD2_W01, MMAD2_W02, MMAD2_W03) pojęcie funkcjonału liniowego na przestrzeni unormowanej; zna definicję przestrzeni sprzężonej do danej przestrzeni unormowanej; zna postać funkcjonału liniowego na pewnych przestrzeniach (l^p, $L^p(a,b)$); zna twierdzenie Riesz o reprezentacji funkcjonału liniowego w przestrzeni Hilberta; zna pojęcie słabej zbieżności w przestrzeni unormowanej (MMAD2_W01, MMAD2_W02, MMAD2_W03) pojęcie ortogonalności oraz ortonormalności w przestrzeni unitarnej; zna metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); zna twierdzenie o rzucie ortogonalnym; zna pojęcie zupełności układu ortogonalnego wektorów oraz pojęcie szeregu Fouriera; zna nierówność Bessela (MMAD2_W01, MMAD2_W02, MMAD2_W03) <p>Umiejętności</p> <p>Student, który zaliczył przedmiot potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> sprawdzić czy odwzorowanie jest normą w przestrzeni liniowej; umie sprawdzić czy podane odwzorowanie jest iloczynem skalarnym w przestrzeni liniowej; umie zbadać równoważność norm; potrafi podać przykłady przestrzeni unormowanych, unitarnych, Banacha i Hilberta (w tym odpowiednich przestrzeni funkcyjnych) (MMAD2_U01, MMAD2_U06) wskazać podstawowe własności nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli, istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (MMAD2_U01, MMAD2_U06) sprawdzić ciągłość odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; umie znaleźć normy pewnych odwzorowań liniowych (takich jak operatory całkowe) (MMAD2_U01, MMAD2_U06) policzyć normę funkcjonału liniowego w pewnych przestrzeniach (l^p, $L^p(a,b)$); umie policzyć normę funkcjonału liniowego na przestrzeni Hilberta w oparciu o twierdzenie Riesz; umie sprawdzić słabą zbieżność ciągu w przestrzeni Hilberta (MMAD2_U01, MMAD2_U06) zastosować metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); umie znaleźć rzut ortogonalny punktu na podprzestrzeń liniową; umie znaleźć odległość punktu od podprzestrzeni liniowej; umie znaleźć współczynniki szeregu Fouriera względem danego układu ortonormalnego; umie wykorzystać wymienione tu własności przestrzeni Hilberta w różnych sytuacjach. (MMAD2_U01, MMAD2_U06) <p>Kompetencje społeczne (postawy)</p> <p>Student jest gotów do:</p> <ul style="list-style-type: none"> uznania ograniczenia własnej wiedzy i do dalszego kształcenia - MMAD2_K01 precyzyjnego formułowania pytań dotyczących analizy funkcjonalnej I - MMAD2_K02 rozumienia znaczenia uczciwości intelektualnej i postępowania etycznego - MMAD2_K04 samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze - MMAD2_K05 formułowania opinii na temat podstawowych zagadnień matematycznych - MMAD2_K06
<p>Kontakt</p> <p>marcin.marciniak@ug.edu.pl</p>	