


KAPITAŁ LUDZKI
 NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

 Projekt współfinansowany przez
 Unię Europejską w ramach
 Europejskiego Funduszu
 Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
 EUROPEJSKI
 FUNDUSZ SPOŁECZNY


Nazwa przedmiotu		Kod ECTS	
Logika matematyczna		11.1.0695	
Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot			
Zakład Logiki, Filozofii Nauki i Epistemologii			
Studia			
wydział	kierunek	poziom	pierwszego stopnia
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka nauczycielska, matematyka ogólna
		specjalizacja	wszystkie
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka finansowa
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Modelowanie matematyczne i analiza danych	specjalizacja	wszystkie
		poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	wszystkie
		specjalizacja	wszystkie
Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)			
dr Bartosz Wcisło			
Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin		Liczba punktów ECTS	
Formy zajęć		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne		Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta:	
Sposób realizacji zajęć		1. udział w wykładach: $15 * 2h = 30h$	
zajęcia w sali dydaktycznej		2. udział w ćwiczeniach: $15 * 2h = 30h$	
Liczba godzin		3. samodzielne rozwiązywanie zadań i problemów zleconych przez prowadzącego ćwiczenia: $15 * 1h = 15h$	
Wykład: 30 godz., Ćw. audytoryjne: 30 godz.		4. przygotowanie do sprawdzianów: 15h	
		5. przygotowanie do egzaminu i obecność na egzaminie: 30h	
		Łączny nakład pracy studenta wynosi 120h, co odpowiada 5 punktom ECTS.	
Termin realizacji przedmiotu			
2022/2023 zimowy			
Status przedmiotu		Język wykładowy	
fakultatywny (do wyboru)		polski	
Metody dydaktyczne		Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne	
- Rozwiązywanie zadań		Sposób zaliczenia	
- Wykład problemowy		- Zaliczenie na ocenę	
		- Egzamin	
		Formy zaliczenia	
		- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi	
		- ustalenie oceny zaliczeniowej na podstawie ocen częściowych otrzymywanych w trakcie trwania semestru	
		- kolokwium	

Podstawowe kryteria oceny

Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

Brak

B. Wymagania wstępne

Brak

Cele kształcenia

Zajęcia mają służyć wprowadzeniu do logiki matematycznej, przede wszystkim do podstawowych pojęć teorii modeli logiki I rzędu. W zależności od ograniczeń czasowych i zainteresowań słuchaczy, na zajęciach postaramy się też omówić przykład interesującego zastosowania omawianych technik: twierdzenie Aksa o monomorfizmach różności algebraicznych lub twierdzenie Goedla o niesprzeczności Hipotezy Continuum.

Treści programowe

1. Składnia i semantyka logiki I rzędu. Pojęcie formuły, zdania i teorii. Struktury nad sygnaturą I rzędu. Definicja spełniania.
2. Relacje między modelami: podmodele, elementarna równoważność modeli, podmodele elementarne. Teoria i diagram elementarny modelu. Zbiory i relacje definiowalne w modelach.
3. Homomorfizmy i silne homomorfizmy modeli. Zachowywanie zdań przy automorfizmach. Zastosowania do problemu definiowalności.
4. Dobre porządki i indukcja pozaskończona (informacyjnie).
5. Twierdzenie o pełności. Konstrukcja Henkina. Zwartość logiki I rzędu. Zastosowania do definiowalności.
6. Twierdzenie Skolema-Loewenheima.
7. Zachowywanie zdań w nadstrukturach i podstrukturach. Zachowywanie zdań w granicach prostych modeli. Zachowywanie teorii w granicach prostych przy zanurzeniach elementarnych.
8. Filtry, ultrafiltry, ultraprodukty. Twierdzenie Łosia.
9. Eliminacja kwantyfikatorów, zupełność modelowa.
10. Typy. Modele nasycone. Twierdzenie o omijaniu typów.

Wykaz literatury

1. Z. Adamowicz, P. Zbierski, *Logika matematyczna*, PWN 1991.
2. H.E. Enderton, *A mathematical introduction to logic*, Academic Press 2001.

Kierunkowe efekty uczenia się

Wiedza

Student zna i rozumie:

- składnię logiki pierwszego rzędu, pojęcie teorii i podteorii;
- definicję struktury nad danym językiem i definicję spełniania dla logiki pierwszego rzędu;
- pojęcia teorii, diagramu i diagramu elementarnego modelu;
- pojęcia podmodelu, podmodelu elementarnego i modelu elementarnie równoważnego;
- pojęcia homomorfizmu, silnego homomorfizmu, monomorfizmu, epimorfizmu i izomorfizmu między modelami;
- twierdzenie o pełności i konstrukcję Henkina;
- dolne i górne twierdzenie Skolema Loewenheima;
- wie, czym jest dobry porządek;
- związki między klasami syntaktycznymi zdań a ich zachowywaniem w podmodelach, nadmodelach i granicach prostych;
- twierdzenie o sumie łańcucha elementarnego;
- pojęcia filtru, ideału, ultrafiltru oraz definicję ultraprodktu i ultrapotęgi;
- twierdzenie Łosia;
- wie, czym jest własność eliminacji kwantyfikatorów i zupełności modelowej;
- pojęcie typu, typu głównego i niegłównego; wie, czym jest realizowanie i omijanie typu; zna pojęcie modelu przeliczalnie nasyconego.

Umiejętności

Student potrafi:

- korzystać z indukcji pozaskończonej jako techniki dowodowej;
- uzasadnić niedefiniowalność danego pojęcia w logice I rzędu przez wskazanie odpowiedniego automorfizmu;
- uzasadniać niedefiniowalność pojęć przez zwartość;
- uzasadnić niesprzeczność teorii przez zwartość;

- stosować argumenty ze zwartości do diagramów elementarnych w celu konstruowania rozszerzeń elementarnych;
- konstruować modele metodą łańcuchów elementarnych;
- zrozumieć podstawowe własności ultraproduktów;
- korzystać z konstrukcji typu "back-and-forth" do budowania odwzorowań między strukturami.

Kompetencje społeczne (postawy)**Kontakt**

bartosz.wcislo@ug.edu.pl