


**KAPITAŁ LUDZKI**  
 NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

 Projekt współfinansowany przez  
 Unię Europejską w ramach  
 Europejskiego Funduszu  
 Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
 EUROPEJSKI  
 FUNDUSZ SPOŁECZNY


<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Rachunek prawdopodobieństwa		11.1.0427	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>pierwszego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Modelowanie matematyczne i analiza danych	forma	stacjonarne
		moduł	wszystkie
		specjalnościowy	wszystkie
		specjalizacja	wszystkie
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
dr Marta Frankowska; dr hab. Rafał Filipów; Marta Kwela; dr Jacek Tryba			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		8	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 60 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>			
2023/2024 zimowy			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rozwiązywanie zadań</li> <li>- Wykład problemowy</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> <li>- Egzamin</li> </ul>	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- egzamin pisemny lub ustny</li> <li>- kolokwium</li> </ul>	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
		Otrzymanie ponad połowy wymaganych punktów z egzaminu, kolokwium.	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się</b>			

Zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta
Wiedza			
MMAD_W04	+		
MMAD_W07	+		
MMAD_W08	+		
MMAD_W09	+	+	
Umiejętności			
MMAD_U04	+	+	
MMAD_U07	+	+	
MMAD_U08		+	
MMAD_U09		+	
Kompetencje społeczne			
MMAD_K01			+
MMAD_K02	+	+	+
MMAD_K04			+
MMAD_K06			+
MMAD_K10			+

#### Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

##### A. Wymagania formalne

Brak.

##### B. Wymagania wstępne

Znajomość podstaw analizy matematycznej i podstaw kombinatoryki.

#### Cele kształcenia

Celem zajęć jest zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa, w szczególności dotyczących zmiennych losowych dyskretnych i ciągłych (w tym wielowymiarowych), ich rozkładów i charakterystyk liczbowych.

#### Treści programowe

- Przestrzeń probabilistyczna. Prawdopodobieństwo klasyczne i geometryczne. Modele probabilistyczne doświadczeń losowych w przestrzeniach dyskretnych.
- Prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite, wzór Bayesa, niezależność zdarzeń.
- Zmienne losowe i ich rozkłady (dyskretne i absolutnie ciągłe). Funkcja prawdopodobieństwa i funkcja gęstości. Dystrybuanta i jej własności. Funkcja prawdopodobieństwa i funkcja gęstości.
- Parametry rozkładu zmiennej losowej i ich własności: wartość oczekiwana, momenty zwykłe i centralne, kwantyle, wariancja i odchylenie standardowe, nierówność Markowa i Czebyszewa.
- Przykłady rozkładów, w tym geometryczny, Poissona, jednostajny, wykładniczy, Cauchy'ego, normalny, gamma.
- Funkcje zmiennych losowych.
- Wielowymiarowe zmienne losowe. Rozkłady brzegowe. Niezależność zmiennych losowych. Parametry rozkładu: kowariancja, współczynnik korelacji, macierz kowariancji. Rozkład sumy niezależnych zmiennych losowych. Twierdzenie o splocie.
- Wielowymiarowy rozkład normalny.
- Rozkłady związane z rozkładem normalnym: chi-kwadrat, t-Studenta, F-Snedecora.
- Prawo wielkich liczb i centralne twierdzenie graniczne dla ciągu niezależnych zmiennych losowych.

#### Wykaz literatury

- J. Jakubowski, R. Sztencel, Rachunek prawdopodobieństwa dla (prawie) każdego, SCRIPT Warszawa 2006;
- J. Jakubowski, R. Sztencel Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, SCRIPT Warszawa 2001;
- M. Krzyśko, Wykłady z teorii prawdopodobieństwa, WNT Warszawa 2000;
- J. K. Miśkiewicz, Wykłady z rachunku prawdopodobieństwa z zadaniami, SCRIPT Warszawa 2005;
- Plucińska, E. Pluciński, Probabilistyka: Rachunek prawdopodobieństwa. Statystyka matematyczna. Procesy stochastyczne, Wydawnictwa Naukowo - Techniczne Warszawa 2000.

Kierunkowe efekty uczenia się	Wiedza
MMAD_W04: zna podstawowe pojęcia, metody i	Student, który uzyska zaliczenie: definiuje pojęcie przestrzeni probabilistycznej,

<p>twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa i statystyki oraz podstawowe przykłady zarówno ilustrujące konkretne pojęcia z tych dziedzin, jak i pozwalające obalić błędne hipotezy lub nieuprawnione rozumowania;</p> <p>MMAD_W07: rozumie budowę teorii matematycznych, potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych w innych dziedzinach nauk;</p> <p>MMAD_W08: dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń;</p> <p>MMAD_W09: zna podstawy technik obliczeniowych i programowania, wspomagających pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia;</p> <p>MMAD_U04: poprawnie posługuje się poznanymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa i statystyki, potrafi - na prostym i średnim poziomie trudności - stosować poznane twierdzenia i metody tych dziedzin oraz umie zinterpretować otrzymane wyniki;</p> <p>MMAD_U07: potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, formułować definicje i twierdzenia oraz przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne dotyczące poznanych zagadnień;</p> <p>MMAD_U08: potrafi zaplanować sposób rozwiązania określonego problemu oraz sporządzić poprawny zapis tego rozwiązania, podając ściśle i precyzyjne uzasadnienia poprawności swoich rozumowań;</p> <p>MMAD_U09: potrafi wykorzystywać poznany pakiet oprogramowania lub poznany język programowania do rozwiązywania wybranych zagadnień z poznanych dziedzin, w szczególności z analizy matematycznej, algebry liniowej oraz statystyki;</p> <p>MMAD_K01: zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia;</p> <p>MMAD_K02: potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania;</p> <p>MMAD_K04: rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie;</p> <p>MMAD_K06: potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych;</p> <p>MMAD_K10: jest gotów do analizowania danych i komunikowania wniosków z takiej analizy w przystępnej formie.</p>	<p>wymienia i weryfikuje przykłady ilustrujące, definiuje podstawowe pojęcia dotyczące zdarzeń losowych, zna i potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa, definiuje pojęcie zmiennej losowej, wymienia i weryfikuje przykłady ilustrujące, zna podstawowe twierdzenia dotyczące zmiennych losowych, formułuje i uzasadnia niektóre ich własności, definiuje pojęcie rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej i jej dystrybuanty, podaje przykłady rozkładów dyskretnych i ciągłych, rozróżnia typowe rozkłady zmiennych losowych i zna ich zastosowanie, definiuje i interpretuje charakterystyki liczbowe (wartość oczekiwana, momenty zwykłe i centralne, kwantyle, wariancja i odchylenie standardowe) rozkładu zmiennej losowej, zna, analizuje i potrafi uzasadnić ich własności, zna nierówność Markowa i Czebyszewa, definiuje pojęcie wielowymiarowej zmiennej losowej, definiuje pojęcie zmiennych losowych niezależnych, zna ich własności, zna twierdzenie o splocie, zna i poprawnie wykorzystuje podstawowe wiadomości z zakresu Analizy Matematycznej i Algebry Liniowej. (MMAD_W04, MMAD_W07, MMAD_W08, MMAD_W09)</p>
	<p><b>Umiejętności</b></p> <p>Student, który uzyska zaliczenie: buduje i analizuje model probabilistyczny doświadczenia losowego, analizuje własności dotyczące zdarzeń losowych, w szczególności bada ich niezależność, stosuje w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa, bada rozkłady dyskretne i ciągłe, oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w tych rozkładach, wyznacza ich dystrybuanty, wyznacza rozkłady funkcji zmiennych losowych oraz parametry rozkładu zmiennej losowej dyskretnej i ciągłej, wyznacza rozkłady brzegowe wektorów losowych oraz ich parametry, w tym kowariancję i współczynnik korelacji, analizuje własności wielowymiarowego rozkładu normalnego i stosuje je w zadaniach, wyznacza rozkład sumy niezależnych zmiennych losowych.</p> <p>(MMAD_U04, MMAD_U07, MMAD_U08, MMAD_U09)</p>
	<p><b>Kompetencje społeczne (postawy)</b></p> <p>Student:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia (MMAD_K01);</li> <li>• potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania (MMAD_K02);</li> <li>• rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie (MMAD_K04);</li> <li>• potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych (MMAD_K06);</li> <li>• jest gotów do analizowania danych i komunikowania wniosków z takiej analizy w przystępnej formie (MMAD_K10).</li> </ul>
<p><b>Kontakt</b></p> <p>Marta.Frankowska@mat.ug.edu.pl</p>	