



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>						
Algebra liniowa		11.0.0171						
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>								
Instytut Matematyki								
<b>Studia</b>								
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>pierwszego stopnia</b>					
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Informatyka	<b>forma</b>	niestacjonarne (zaoczne)					
		<b>moduł</b>	wszystkie					
		<b>specjalnościowy</b>	wszystkie					
		<b>specjalizacja</b>	wszystkie					
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>								
dr Piotr Karwasz; dr Marta Frankowska; dr Andrzej Borzyszkowski								
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>						
<b>Formy zajęć</b>		5 Przedmiot w wymiarze 20h wykładu i 20h ćw. aud. + praca własna studenta						
Wykład, Ćw. audytoryjne								
<b>Sposób realizacji zajęć</b>								
zajęcia w sali dydaktycznej								
<b>Liczba godzin</b>								
Wykład: 20 godz., Ćw. audytoryjne: 20 godz.								
<b>Termin realizacji przedmiotu</b>								
2021/2022 letni								
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>						
obowiązkowy		polski						
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>						
Rozwiązywanie zadań		<b>Sposób zaliczenia</b>						
		- Zaliczenie na ocenę - Egzamin						
		<b>Formy zaliczenia</b>						
		- ustalenie oceny zaliczeniowej na podstawie ocen cząstkowych otrzymywanych w trakcie trwania semestru - egzamin pisemny (dłuższa wypowiedź pisemna / rozwiązanie problemu)						
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>						
		Ocena końcowa z ćwiczeń i całego przedmiotu zostanie wystawiona na podstawie ocen uzyskanych ze sprawdzianów oraz prac domowych (30% oceny) i wyniku egzaminu pisemnego (70% oceny).						
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów uczenia się</b>								
<b>zakładany efekt kształcenia</b>	<b>egzamin</b>	<b>kolokwium</b>	<b>projekt</b>	<b>sprawdzian</b>	<b>referat</b>	<b>raport</b>	<b>aktywność w dyskusji</b>	<b>obserwacja</b>
	Wiedza							
K_W01	X	X						
	Umiejętności							
K_U01								X
	Kompetencje							
K_U04								X

**Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi****A. Wymagania formalne**

Znajomość matematyki w zakresie szkoły ponadgimnazjalnej.

**B. Wymagania wstępne**

Znajomość elementarnych podstaw rachunku zdań, teorii mnogości i indukcji matematycznej.

**Cele kształcenia**

Zapoznanie studenta z liczbami zespolonymi i ich podstawowymi własnościami, z rachunkiem macierzowym, podstawowymi pojęciami przestrzeni wektorowych i teorii przekształceń liniowych oraz elementami geometrii analitycznej w zakresie niezbędnym w pracy informatyka. Od studenta oczekuje się wprawy rachunkowej w rozwiązywaniu dużych układów równań liniowych oraz problemów, w których konieczne jest stosowanie różnych metod algebry liniowej.

**Treści programowe**

- Ciała liczb zespolonych. Działania na liczbach zespolonych. Postać algebraiczna, sprzężenie, moduł liczby zespolonej. Postać trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej. Potęgowanie i pierwiastkowanie liczb zespolonych.
- Wielomiany i ich podzielność. Pierwiastki wielomianu. Twierdzenie Bezouta. Podstawowe twierdzenie algebry. Rozkład wielomianów na czynniki nierozkładalne. Schemat Hornera i jego zastosowania.
- Macierze i działania na macierzach. Macierz odwrotna.
- Układy równań liniowych i ich rozwiązywanie metodą Gaussa-Jordana. Równania macierzowe i ich rozwiązywanie. Wyznaczanie macierzy odwrotnej metodą Gaussa-Jordana.
- Wyznacznik macierzy i jego własności. Macierze odwracalne i nieosobliwe. Układy Cramera.
- Przestrzeń wektorowa i jej podprzestrzenie. Liniowa zależność i niezależność wektorów. Baza i wymiar przestrzeni wektorowej. Rząd macierzy i twierdzenie Kroneckera-Capellego.
- Przekształcenie liniowe. Obraz i jądro przekształcenia liniowego. Reprezentacja macierzowa przekształcenia liniowego.
- Iloczyn skalarny. Kąt pomiędzy wektorami, ortogonalność wektorów, ortogonalizacja bazy. Rzut ortogonalny. Metoda najmniejszych kwadratów. Najlepsze rozwiązanie sprzecznego układu równań.
- Wartości własne i wektory własne macierzy i przekształcenia liniowego. Wielomian charakterystyczny. Diagonalizacja macierzy i przekształcenia liniowego. Diagonalizacja macierzy symetrycznej. Potęga i granica ciągu macierzy. Podprzestrzenie niezmiennicze przekształcenia liniowego. Twierdzenie Cayleya-Hamiltona.
- Przestrzeń  $R^3$  i układ współrzędnych w  $R^3$ . Iloczyn wektorowy, iloczyn mieszany i jego geometryczna interpretacja. Równania płaszczyzn: ogólne, normalne, parametryczne, odcinkowe. Równania prostej: kierunkowe, krawędziowe, parametryczne. Wzajemne położenia punktów, prostych i płaszczyzn.
- Rzeczywista forma kwadratowa. Postać kanoniczna formy kwadratowej. Określoność macierzy i formy kwadratowej.
- Metody numeryczne algebry liniowej.

**Wykaz literatury**

- J. Topp, Algebra liniowa, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2012.
- T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2012.
- T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2012.
- Materiały do algebry liniowej znajdujące się pod adresem [wazniak.edu.pl](http://wazniak.edu.pl).
- Wykłady algebry liniowej przeprowadzone przez Gilberta Stranga w MIT i znajdujące się pod adresem [ocw.mit.edu](http://ocw.mit.edu).

**Kierunkowe efekty uczenia się**

K\_W01 - ma wiedzę w zakresie matematyki obejmującą zagadnienia analizy matematycznej i algebry liniowej z geometrią oraz metod numerycznych

K\_U01 - potrafi zastosować wiedzę matematyczną do formułowania, analizowania i rozwiązywania problemów związanych z informatyką

K\_U04 - potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania

**Wiedza**

Student po rozliczeniu przedmiotu:

- definiuje podstawowe pojęcia algebry liniowej, opisuje podstawowe własności liczb zespolonych, macierzy i wektorów;
- wyjaśnia zależności między najważniejszymi pojęciami przestrzeni wektorowych i przekształceń liniowych;
- zna podstawowe sposoby definiowania obiektów geometrycznych;
- zna podstawy metod numerycznych algebry liniowej.

**Umiejętności**

Student po rozliczeniu przedmiotu:

- umie rozwiązać typowe zadania z algebry liniowej i geometrii analitycznej;
- potrafi uzasadnić podstawowe zależności pomiędzy różnymi pojęciami algebry

	<p>liniowej;</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• rozpoznaje możliwości zastosowania metod algebry liniowej w fizyce, informatyce, ekonomii.</li></ul>
	<p><b>Kompetencje społeczne (postawy)</b></p> <p>Student po rozliczeniu przedmiotu:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• potrafi pracować samodzielnie i w zespole;</li><li>• postępuje etycznie i zachowuje ostrożność w wyrażaniu opinii;</li><li>• posiada umiejętność dyskusowania i wyrażania swoich myśli;</li><li>• rozumie konieczność dalszego dokształcania się.</li></ul>
<p><b>Kontakt</b></p> <p>piotr.karwasz@mat.ug.edu.pl</p>	