UNIWERSUM KONSTRUOWALNE

Cele kształcenia

Celem kursu jest omówienie uniwersum konstruowalnego, czyli modelu w którym Hipoteza Continuum jest prawdziwa.

Treści programowe

Teoria mnogości leży u podstaw matematyki. Pojęcia matematyczne definiowane są przy użyciu terminu zbioru oraz przynależności do zbioru. W aksjomatycznej teorii mnogości formułuje się proste „oczywiste prawdy" o zbiorach, następnie na podstawie tych aksjomatów dowodzi się twierdzenia. Okazuje się jednak, że można sformułować pytania, na które nie ma jednoznacznej odpowiedzi wynikającej z przyjętego układu aksjomatów.

Powszechnie przyjmowanym układem aksjomatów jest ZFC (aksjomaty Zermelo-Frankela wraz z Aksjomatem Wyboru). Mówimy, że zdanie φ jest niezależne od ZFC jeżeli używając aksjomatów ZFC nie można udowodnić zarówno φ, jak i zaprzeczenia φ. Najbardziej znanym przykładem zdania niezależnego od ZFC jest Hipoteza Continuum.

Plan

(1) Aksjomaty teorii mnogości.

(2) Liczby porządkowe i kardynalne.

(3) Zbiory konstruowalne.

(4) Hierarchia zbiorów konstruowalnych i aksjomat kontruowalności.

(5) Uniwersum konstruowalne.

(6) Hipoteza Continuum i Aksjomat Wyboru w uniwersum konstruowalnym.

Wykaz literatury

- P. Welch „Axiomatic Set Theory"
- T. Jech „Set theory"
- K. Kunen „Set Theory. An Introduction to Independence Proofs"
- A. Błaszczyk, S. Turek „Teoria mnogości"