

KARDYNAŁY I ORDYNAŁY

SEMINARIUM LICENCJACKIE W ROKU 2024/25

PROWADZĄCY: RAFAŁ FILIPÓW

Liczby kardynalne (zwane kardynałami) i liczby porządkowe (zwane ordynałami) są podstawowymi pojęciami współczesnej teorii mnogości. Najbardziej znanymi liczbami kardynalnymi są \aleph_0 (alef zero) i \mathfrak{c} (continuum). Pierwsza z tych liczb jest mocą zbioru \mathbb{N} wszystkich liczb naturalnych, a druga jest mocą zbioru \mathbb{R} wszystkich liczb rzeczywistych. Twórca teorii mnogości G. Cantor udowodnił, że $\aleph_0 < \mathfrak{c}$ oraz postawił hipotezę (zwaną hipotezą continuum), że nie ma żadnej liczby kardynalnej pomiędzy \aleph_0 i \mathfrak{c} . Później K. Gödel i P. Cohen udowodnili, że z aksjomatów teorii mnogości ani nie wynika hipoteza continuum, ani nie wynika negacja tej hipotezy tzn. hipoteza continuum jest zdaniem niezależnym od aksjomatów teorii mnogości.

Celem seminarium jest zapoznanie uczestników z podstawowymi własnościami liczb porządkowych i kardynalnych.

Program

1. Zbiory skończone, przeliczalne i nieprzeliczalne
2. Liczby kardynalne
3. Liczby porządkowe
4. Alefy
5. Aksjomat wyboru
6. Arytmetyka liczb kardynalnych
7. Filtry i ultrafiltry
8. Kombinatoryczna teoria mnogości
9. Duże liczby kardynalne

Literatura

1. K. Hrbacek, T. Jech „Introduction to Set Theory”
2. A. Błaszczyk, S. Turek „Teoria mnogości”
3. K. Ciesielski „Set Theory for the Working Mathematician”
4. W. Guzicki, P. Zakrzewski „Wykłady ze wstępu do matematyki”