

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--



Próbny egzamin maturalny Formuła 2023

MATEMATYKA Poziom podstawowy

Data: **11 marca 2026 r.**

Godzina rozpoczęcia: **11:30**

Czas trwania: **180 minut**

Liczba punktów do uzyskania: **50**

Wydział



Uniwersytetu Gdańskiego

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy przekazano Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz - natychmiast to zgłoś.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz - otwórz arkusz po otrzymaniu takiego polecenia. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Opracował: mgr Mateusz Szews-Królikowski
Konsultacja merytoryczna: dr Elżbieta Mrozek, prof. UG

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 28 stron (zadania 1–31).
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój kod.
3. Pamiętaj, aby rozwiązania do zadań zamkniętych przenieść na kartę odpowiedzi. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na
następnych stronach.

Zadanie 1. (0-1)

Liczby x_1 i x_2 są rozwiązaniami równania

$|x - 23| = 3$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $x_1^2 + x_2^2$ jest równa

- D. 1156

BRUDNOPIS

Zadanie 2. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_8 128$ jest równa

- D. $\frac{1}{3}$

BRUDNOPIS

Zadanie 3. (0–2)

Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Liczba 2026 jest wynikiem działania

A. $\sqrt[3]{(-2026)^3}$

D. $10^{2\log 45} + 1$

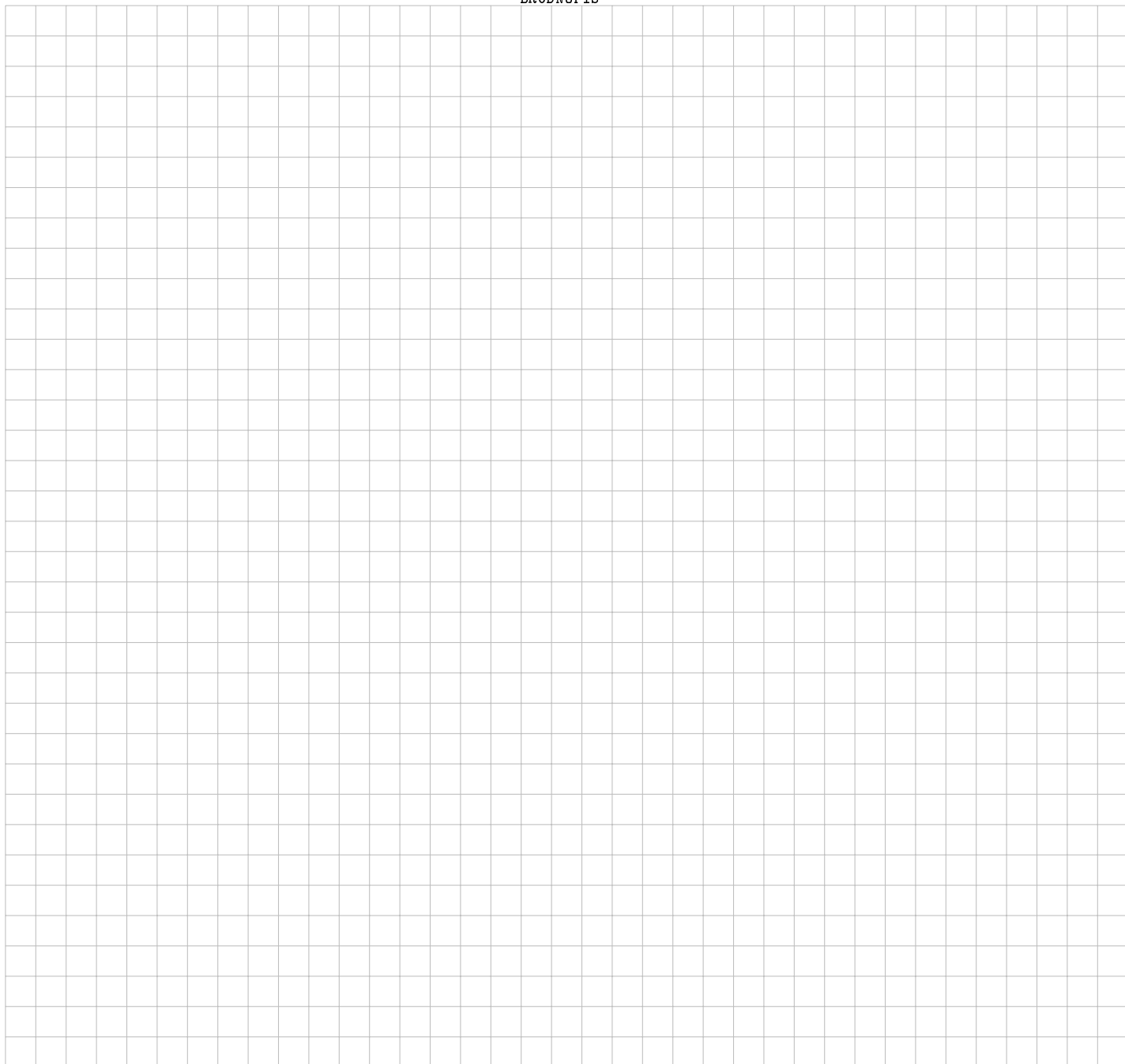
B. $(\sqrt{2025} + 1)^2$

E. $45^2 + 45^{\frac{1}{2}}$

C. $\frac{3^4 \cdot 5^{22} + 5^{20}}{5^{20}}$

F. $\frac{3^{2026} + 3^{2025} + 3^{2024}}{3^{2024}} \cdot 25$

BRUDNOPIS



Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(x + \sqrt{2})^2 - (x - \sqrt{2})^2$ jest równa

A. $4\sqrt{2}x$

B. $2\sqrt{2}x$

C. $4x$

D. 0

BRUDNOPIS

Zadanie 5. (0–1)

Na rysunku poniżej dany jest przedział na zbiorze liczb rzeczywistych.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dany przedział przedstawia zbiór rozwiązań nierówności

A. $-3 \leq \frac{-x+1}{2} \leq 3$

C. $-2 \leq \frac{-x+2}{3} \leq 2$

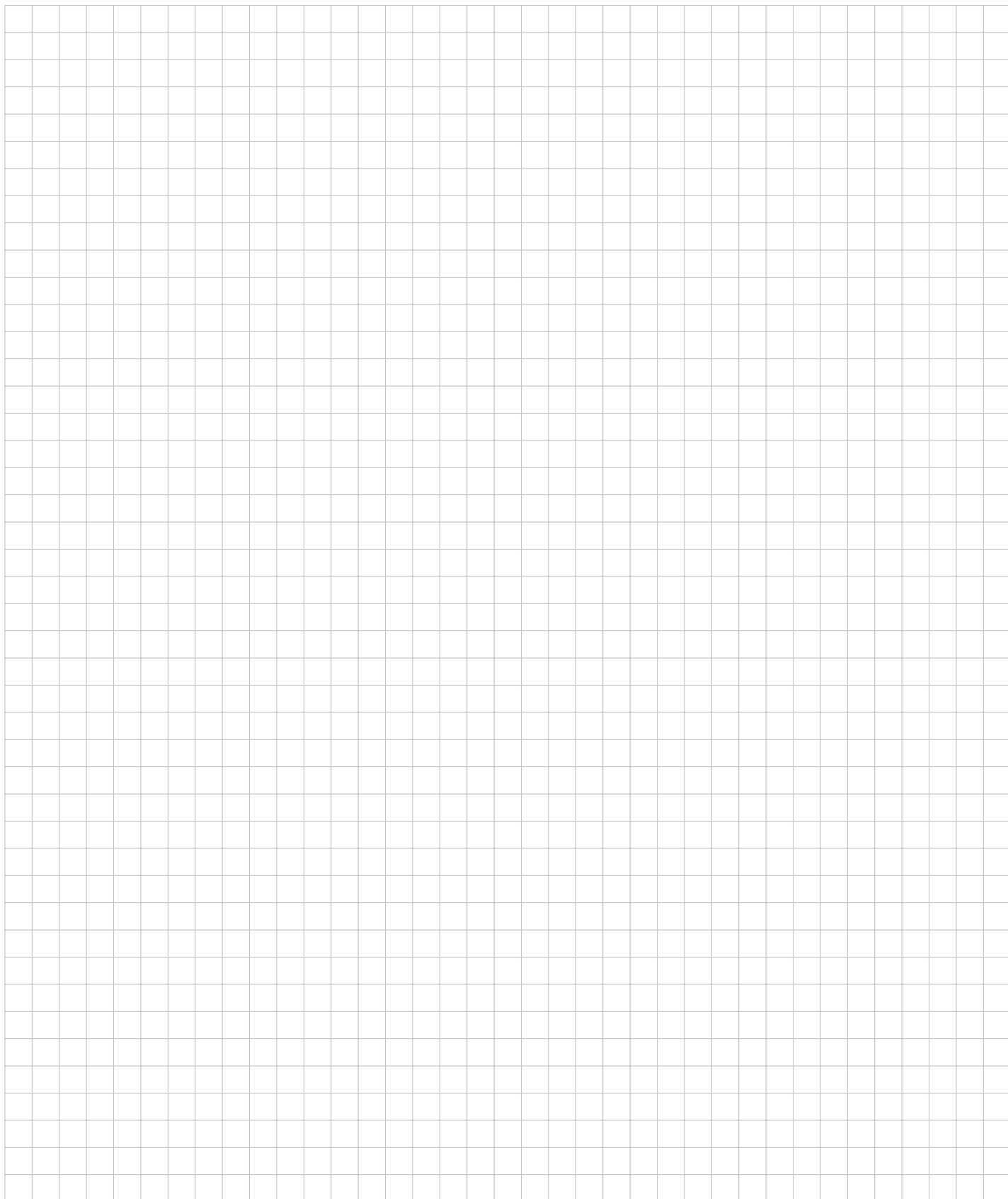
B. $-4 \leq \frac{-x-2}{2} \leq 2$

D. $-2 \leq \frac{-x+2}{2} \leq 3$

BRUDNOPIS

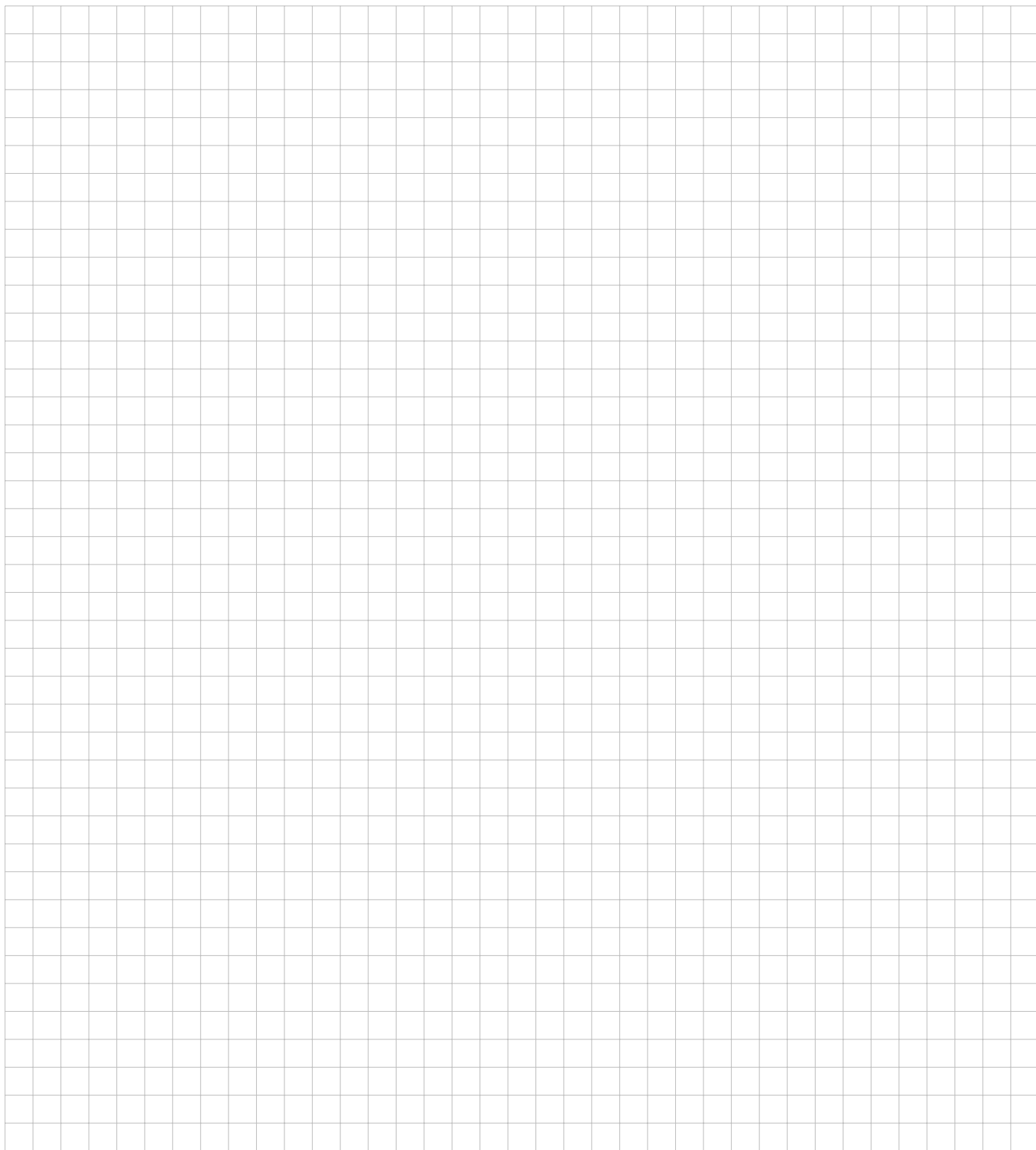
Zadanie 6. (0–2)

Wykaż, że jeżeli liczba n przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3, to liczba $(n+3)^2$ przy dzieleniu przez 16 daje resztę 4.



Zadanie 7. (0-3)**Rozwiąż nierówność**

$$(x + 3)^2 > 4(x - 1)^2$$

Zapisz obliczenia.A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to write their calculations.

Zadanie 8. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie

$$\frac{(x^2 - 16)(x + \frac{1}{2})}{(x + 4)(2x + 1)^2} = 0$$

w zbiorze liczb rzeczywistych

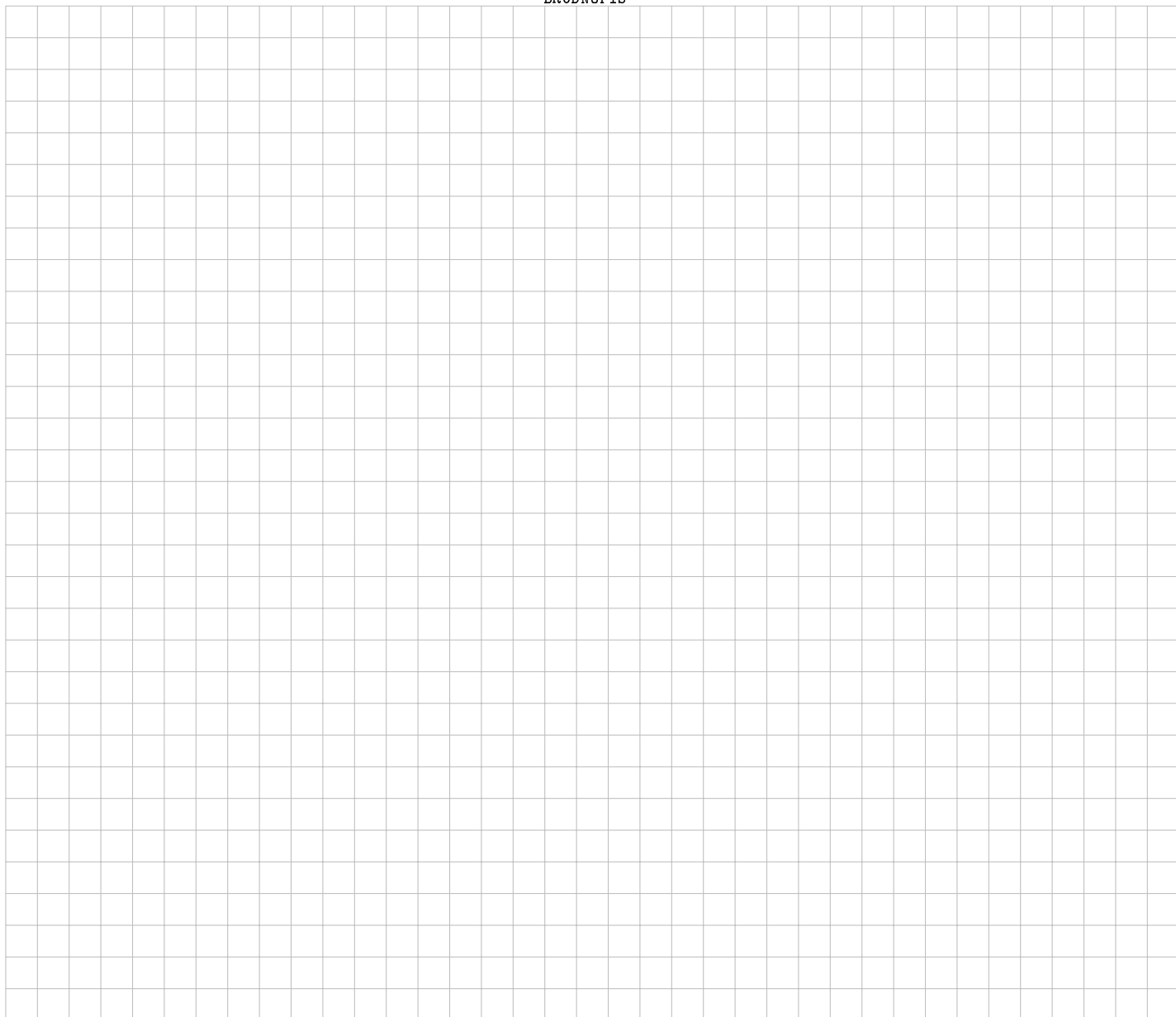
A. nie ma rozwiązań.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 4$.

C. ma dokładnie dwa rozwiązania: $x = 4$, $x = -4$.

D. ma dokładnie trzy rozwiązania: $x = -4$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = 4$.

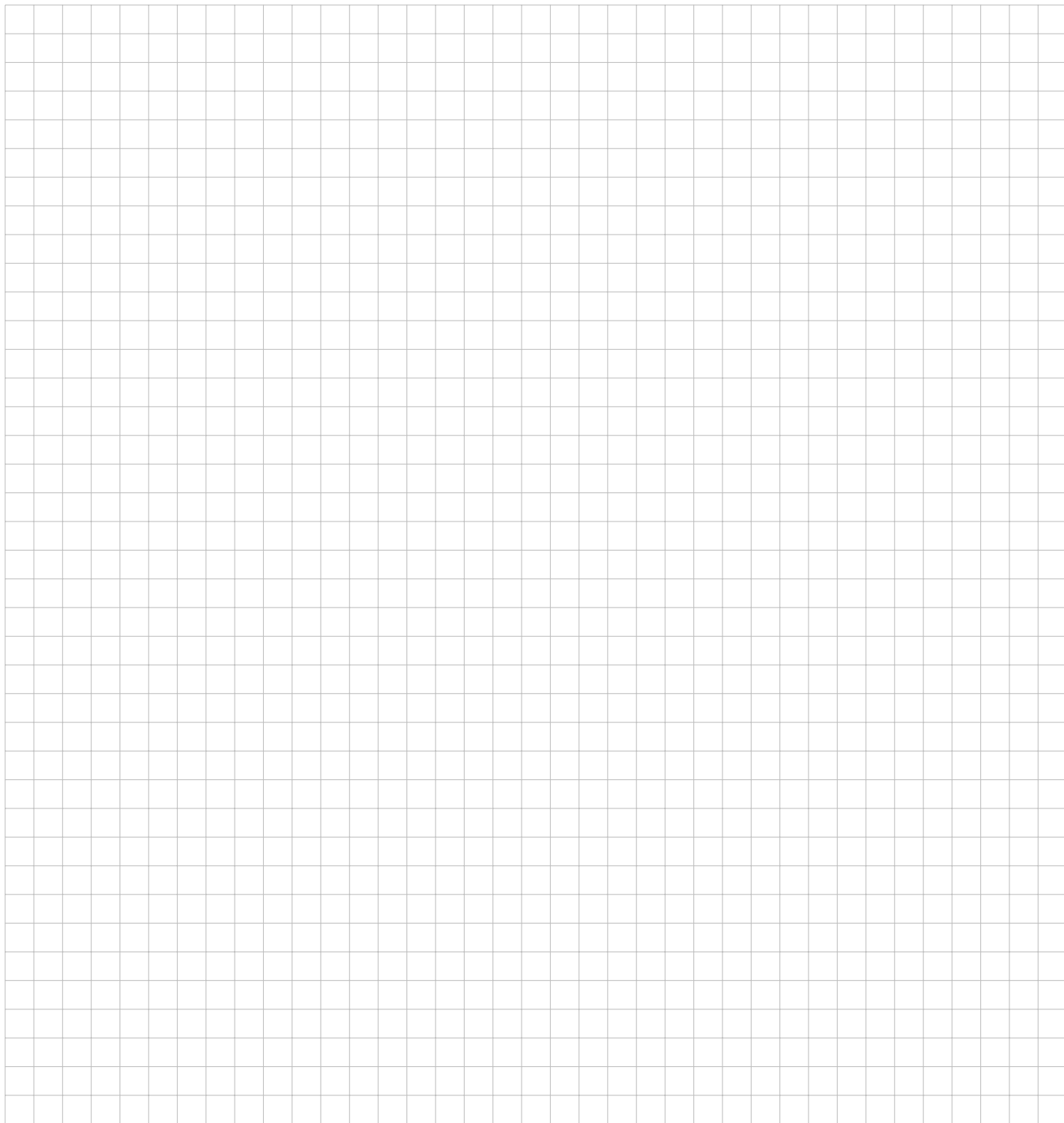
BRUDNOPIS



Zadanie 9. (0–4)

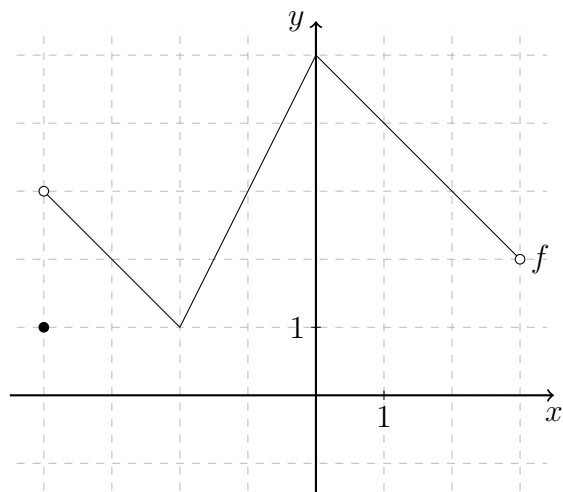
Maciej opanował 15 z 365 zadań z matematyki w ramach przygotowania do egzaminu maturalnego oraz postanowił, że każdego kolejnego tygodnia będzie rozwiązywał n zadań. Gdyby Maciej zwiększył tygodniową liczbę rozwiązanych zadań o 15, to czas potrzebny na rozwiązanie wszystkich zadań skróciłby się o 3 tygodnie.

Oblicz, ile tygodni potrzebuje Maciej na wykonanie wszystkich zaplanowanych zadań, jeżeli nie będzie zwiększał tygodniowej liczby rozwiązanych zadań. Zapisz obliczenia.

A large grid of graph paper, consisting of 30 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to write their calculations.

Zadanie 10.

Dana jest funkcja f , której wykres przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok. Punkt przecięcia wykresu funkcji f i osi rzędnych ma współrzędne całkowite.



Zadanie 10.1 (0-3)

Wpisz w wykropkowane miejsce odpowiednie przedziały, aby zdania były prawdziwe.

1. Dziedzina funkcji f jest przedział
2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział
3. Zbiorem rozwiązań nierówności $f(x) \geq 3$ jest przedział

Zadanie 10.2 (0-1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeżeli zdanie jest prawdziwe lub F, jeżeli jest fałszywe.

Funkcja f nie przyjmuje wartości niedodatnich.	P	F
Wartość najmniejsza funkcji f nie istnieje.	P	F

BRUDNOPIS

Zadanie 12.

Funkcja kwadratowa f dana jest wzorem $f(x) = 2x^2 + bx + c$. Miejscami zerowymi tej funkcji są liczby 1 i -3 .

Zadanie 12.1. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynniki b i c funkcji f są równe

A. $b = -6$ i $c = 4$.

B. $b = 4$ i $c = -6$.

C. $b = 2$ i $c = -3$.

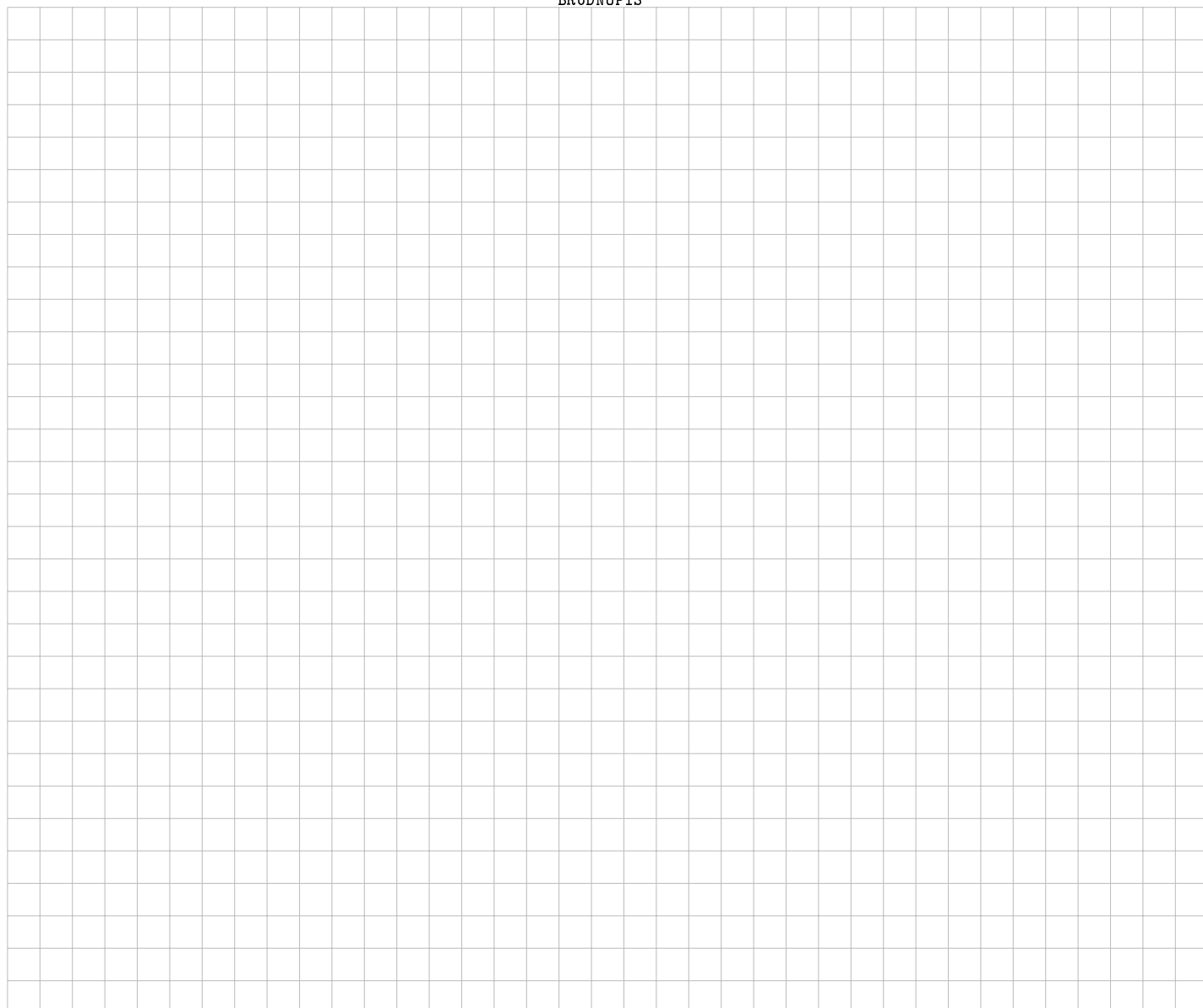
D. $b = -3$ i $c = 2$.

Zadanie 12.2. (0-1)

Wpisz w wykropkowanym miejscu wzór funkcji kwadratowej $f(x)$ w postaci iloczynowej.

$$f(x) = \dots\dots\dots$$

BRUDNOPIS



Zadanie 13. (0-2)

Liczbnosć kolonii bakterii wyraża się w sposób wykładniczy wzorem:

$$n(t) = n_0 \cdot q^t,$$

gdzie:

t – czas (wyrażony w godzinach) liczony od momentu $t = 0$,

q – stała oznaczająca tempo rozmnażania w czasie t (zależną od rodzaju bakterii),

n_0 – początkowa liczebność kolonii dla $t = 0$.

Na początku obserwacji pewna kolonia bakterii liczyła 512 osobników. Z każdą godziną ich liczebność zwiększała się dwukrotnie, tzn. $q = 2$.

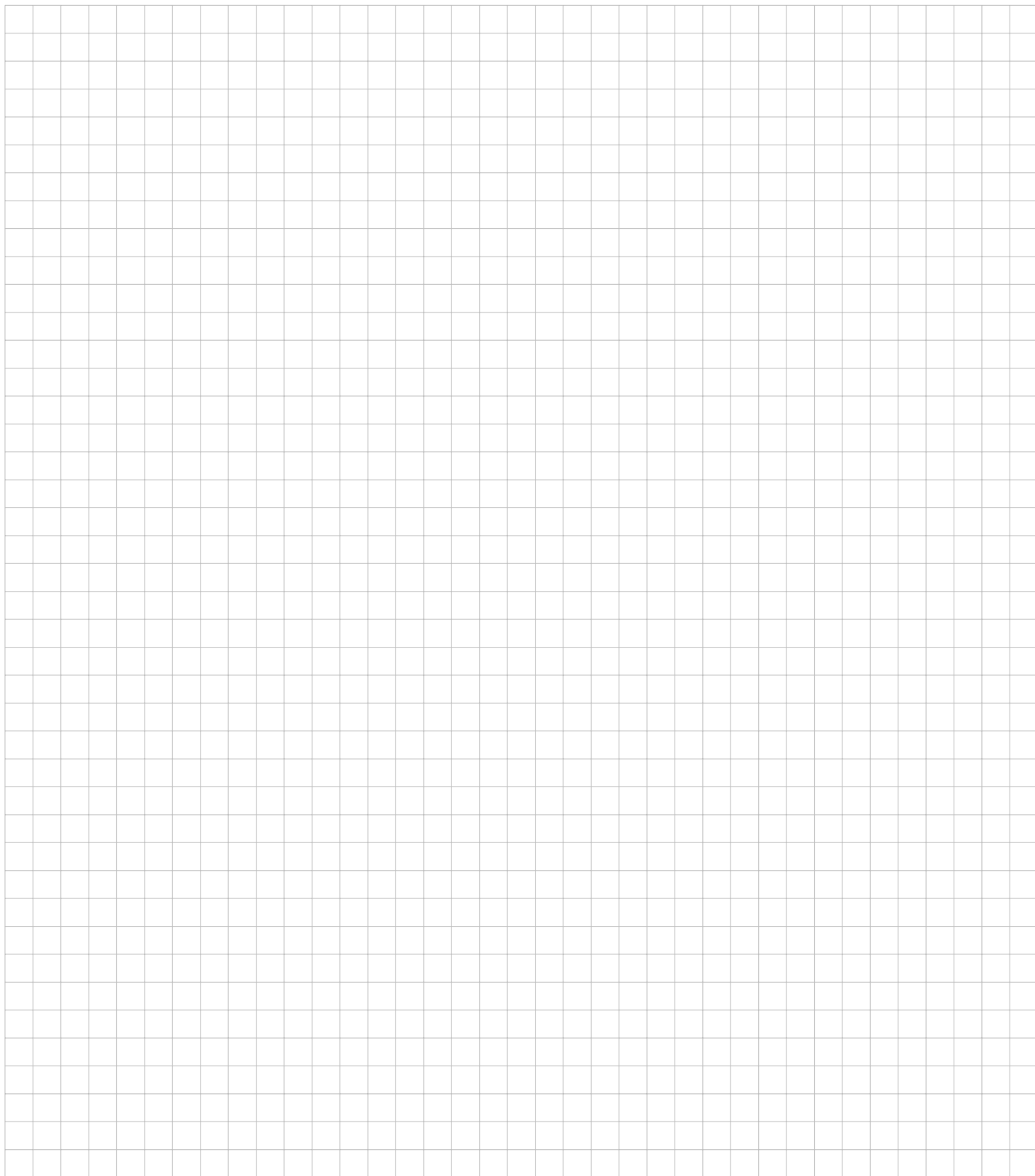
Oblicz, po ilu godzinach ta kolonia będzie liczyła co najmniej 4000 osobników. Zapisz obliczenia.



Zadanie 16. (0–3)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , w którym $a_5 = 768$ oraz $a_7 = 12288$.

Oblicz sumę pierwszych pięciu wyrazów ciągu (a_n) . Rozpatrz dwa przypadki. Zapisz obliczenia.



Zadanie 17. (0–1)

Dany jest trapez prostokątny, w którym suma długości podstaw wynosi 20, dłuższe ramię ma długość 12, a kąt ostry α spełnia warunek $\sin \alpha = \frac{3}{4}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód danego trapezu jest równy

A. 32

B. 36

C. 41

D. 44

BRUDNOPIS

Zadanie 18. (0–1)

Dany jest trójkąt równoboczny, którego promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy $4\sqrt{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole danego trójkąta jest równe

A. $48\sqrt{3}$

B. $144\sqrt{3}$

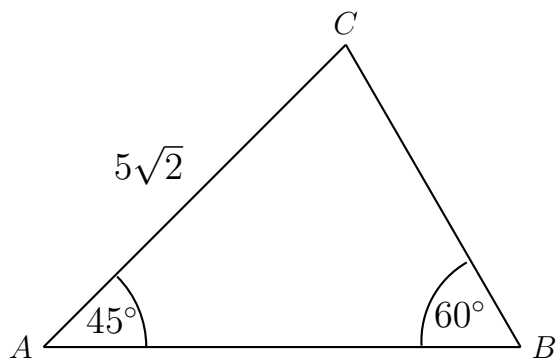
C. $36\sqrt{3}$

D. $72\sqrt{3}$

BRUDNOPIS

Zadanie 19. (0–2)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = 5\sqrt{2}$, $|\angle BAC| = 45^\circ$ i $|\angle ABC| = 60^\circ$ (zobacz rysunek poniżej).

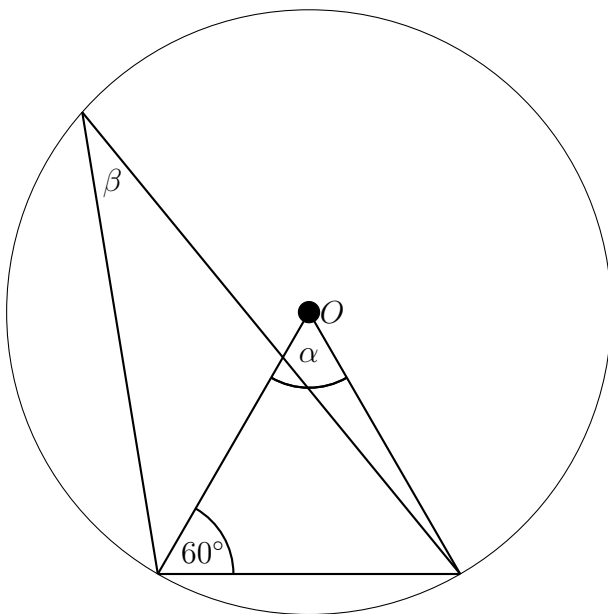


Oblicz pole trójkąta ABC . Zapisz obliczenia.



Zadanie 20. (0–1)

Dany jest okrąg o środku w punkcie O . Kąt α jest jego kątem środkowym a kąt β to jego kąt wpisany (zobacz rysunek poniżej).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miary kątów α oraz β są równe:

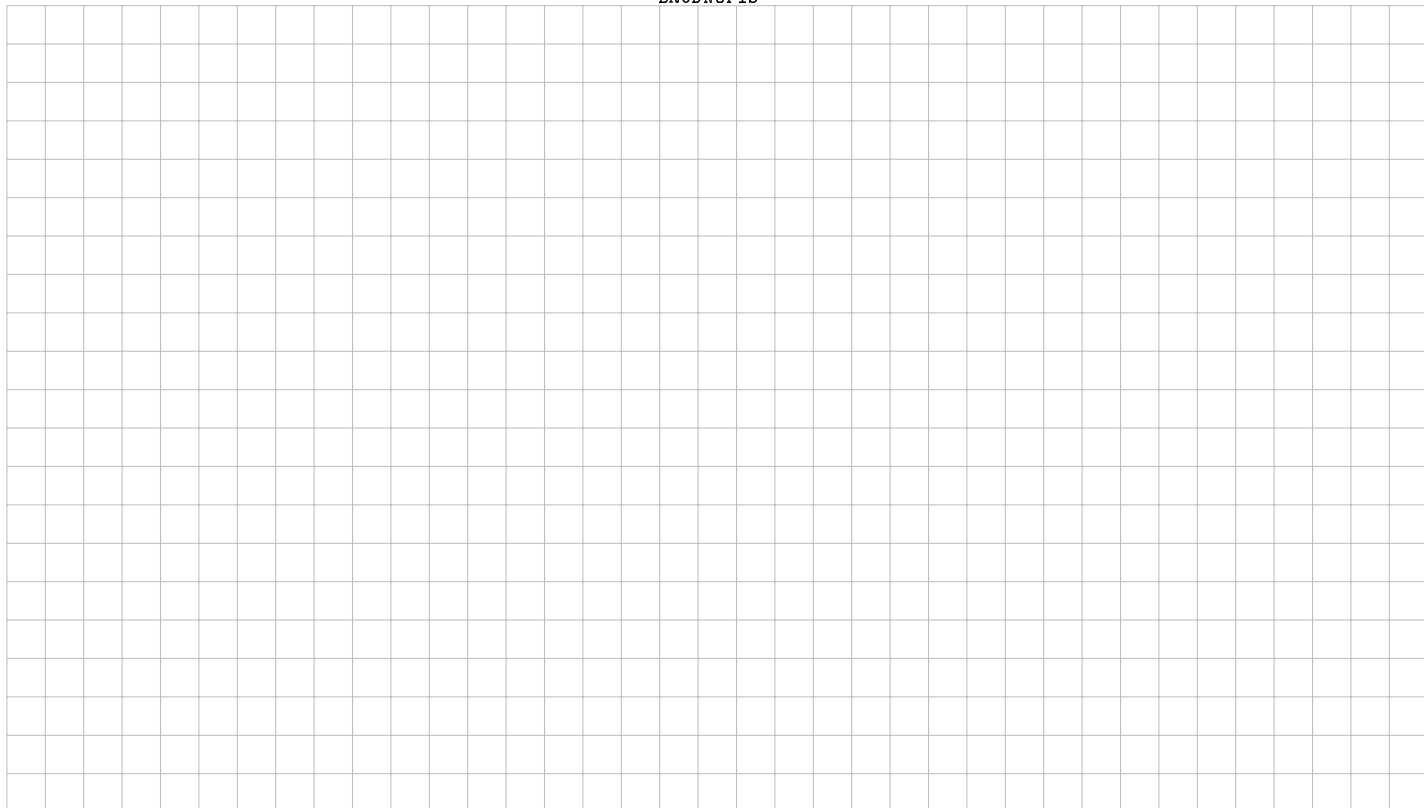
A. $\alpha = 60^\circ$ i $\beta = 45^\circ$

C. $\alpha = 50^\circ$ i $\beta = 25^\circ$

B. $\alpha = 50^\circ$ i $\beta = 30^\circ$

D. $\alpha = 60^\circ$ i $\beta = 30^\circ$

BRUDNOPIS

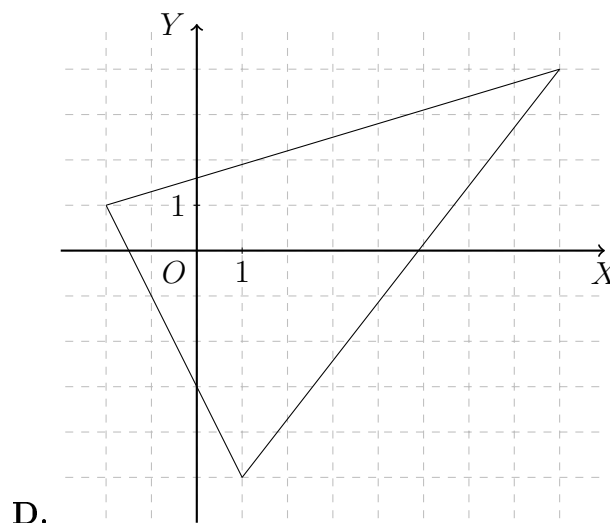
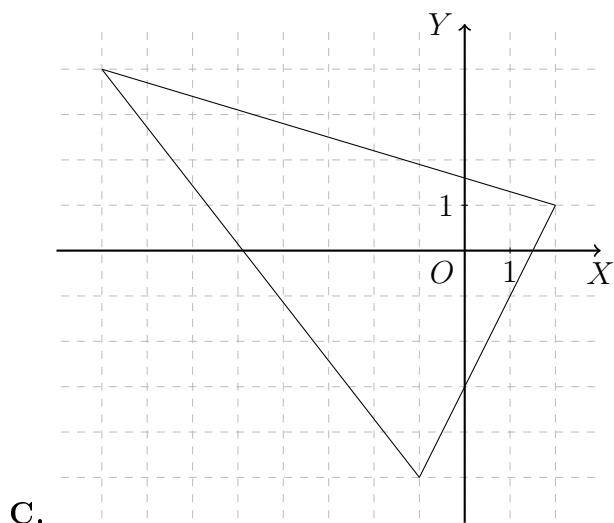
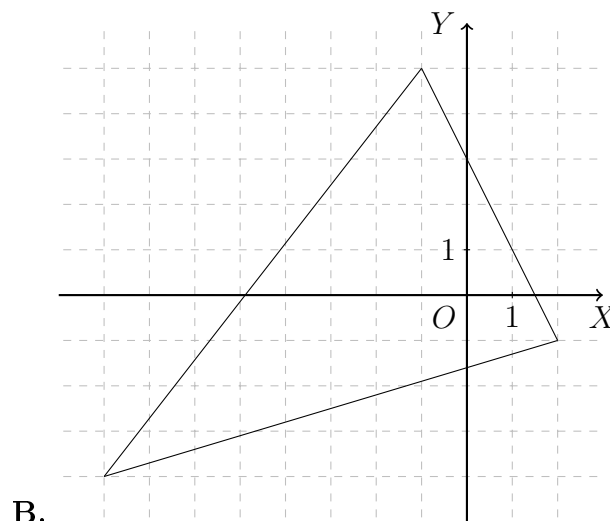
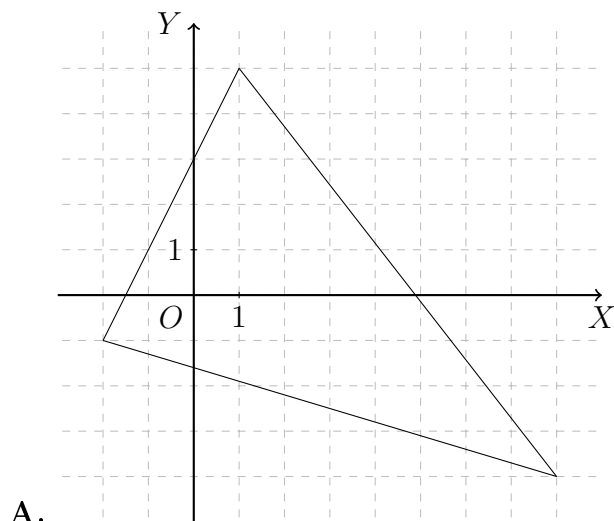


Zadanie 23. (0-1)

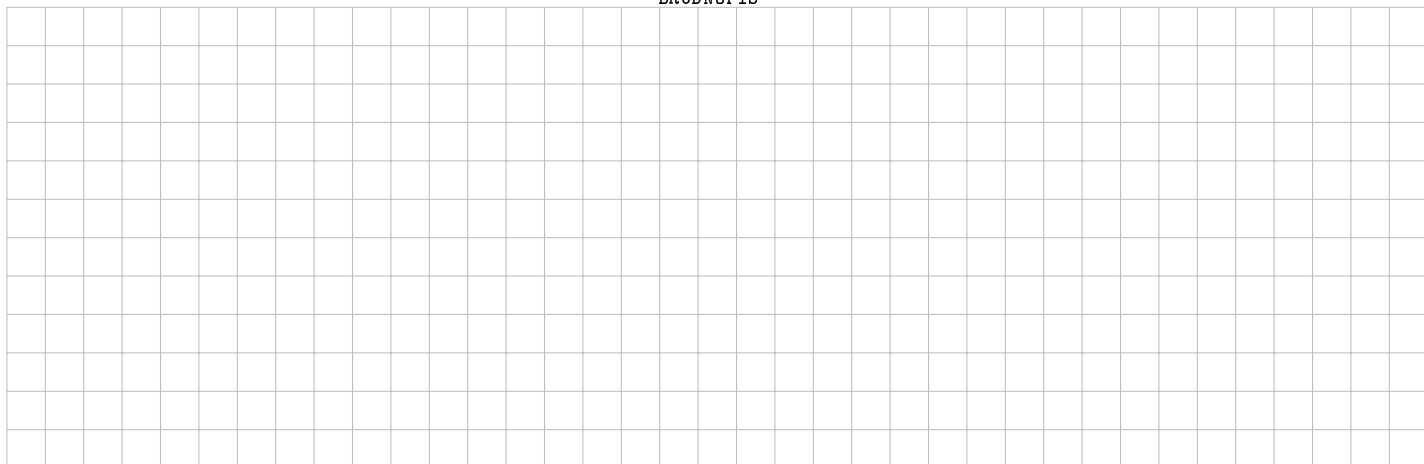
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest trójkąt ABC , którego wierzchołki mają współrzędne $A = (-2, -1)$, $B = (8, -4)$ i $C = (1, 5)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obrazem trójkąta ABC w symetrii względem osi OX jest trójkąt przedstawiony na rysunku



BRUDNOPIS



Zadanie 24. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany okrąg O o środku w punkcie $S(-2, -7)$. Punkt $(-4, -5)$ leży na okręgu O .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość okręgu O wynosi

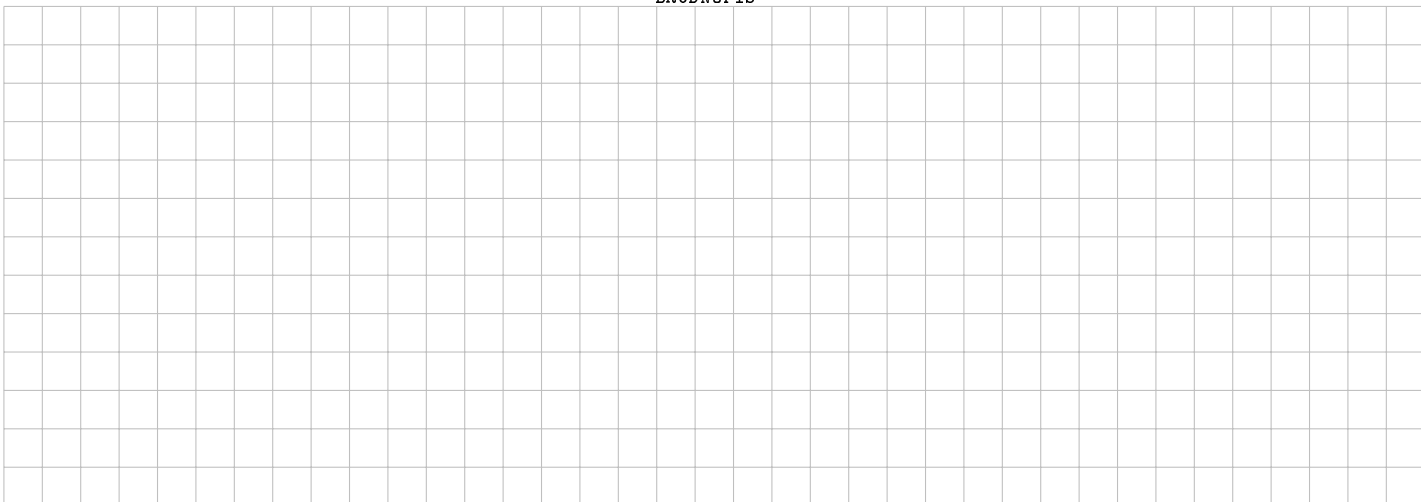
A. $4\sqrt{2}\pi$

B. $2\sqrt{2}\pi$

C. $\sqrt{2}\pi$

D. 2π

BRUDNOPIS

**Zadanie 25.** (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych dany jest kwadrat $ABCD$ o wierzchołku $A = (-1, -1)$. Punkt $S = (4, 2\frac{1}{2})$ jest punktem przecięcia przekątnych kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Bok kwadratu $ABCD$ ma długość

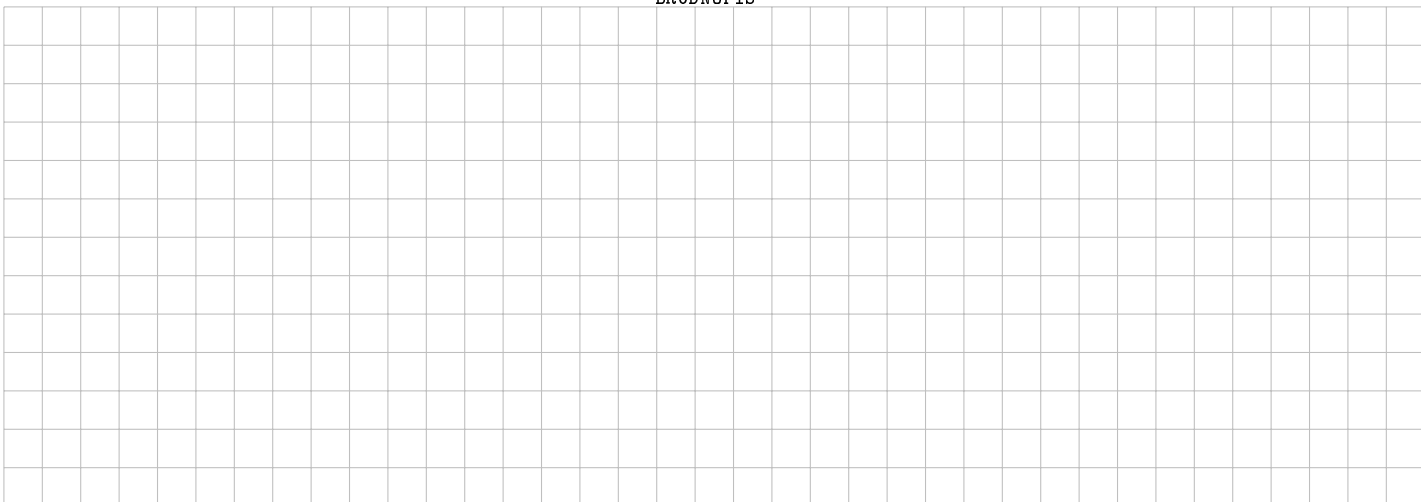
A. $\frac{\sqrt{298}}{2}$

B. $\sqrt{149}$

C. $\frac{\sqrt{149}}{2}$

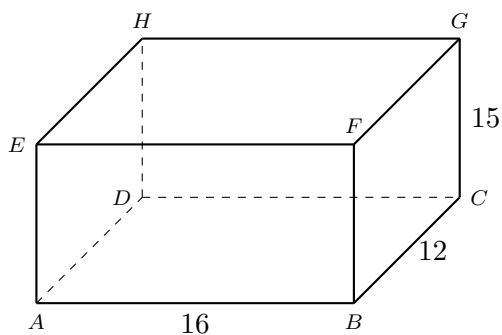
D. $\sqrt{298}$

BRUDNOPIS



Zadanie 26. (0-1)

Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym $|AB| = 16$, $|BC| = 12$ i $|CG| = 15$ (zobacz rysunek poniżej).



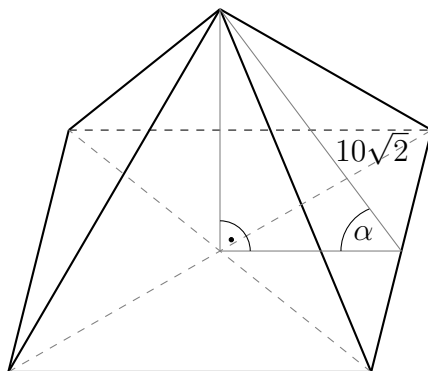
Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeżeli zdanie jest prawdziwe lub F, jeżeli jest fałszywe.

Przekątna tego prostopadłościanu ma długość 20.	P	F
Tangens kąta nachylenia przekątnej prostopadłościanu do płaszczyzny podstawy $ABCD$ jest równy $\frac{3}{4}$.	P	F

BRUDNOPIS

Zadanie 27. (0–3)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α i ma długość $10\sqrt{2}$. Ponadto $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.



Zadanie 28. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych parzystych jest

A. $10^4 \cdot 5$

B. $9 \cdot 10^4$

C. $9 \cdot 10^3 \cdot 5$

D. $9 \cdot 10^3 \cdot 4$

BRUDNOPIS

Zadanie 29. (0–1)

Wśród 20064 studentów *Uniwersytetu Gdańskiego* jest 13300 kobiet.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo, że w delegacji dwuosobowej studentów *Uniwersytetu Gdańskiego*, w której będzie jedna kobieta i jeden mężczyzna, jest równe

A. $\frac{13300 \cdot 6764}{20064 \cdot 20063}$

B. $\frac{13300 \cdot 6764}{10032 \cdot 20063}$

C. $\frac{2 \cdot 13300 \cdot 6764}{20064^2}$

D. $\frac{13300 \cdot 6764}{20064^2}$

BRUDNOPIS

Zadanie 31. (0–1)

Na wydziale *Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego* pracownicy przygotowują test diagnostyczny z matematyki dla studentów pierwszego roku.

Komisja składa się z:

- matematyka (który chce jak najwięcej zadań);
- informatyka (który chce jak najmniej zadań);
- oraz fizyka, który stwierdził: *"To i tak wyjdzie parabola."*

Po długiej dyskusji ustalono, że jeśli test zawiera x zadań, to średnia liczba punktów zdobytych przez kandydatów jest opisana funkcją:

$$P(x) = -2x^2 + 30x - 20$$

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz jedną odpowiedź spośród A, B lub C oraz jedną spośród 1., 2. lub 3.

Największa średnia liczba punktów wynosi

A.	92,	gdy test będzie zawierał pytań	1.	$x = 5$ lub $x = 6$.
B.	93,		2.	$x = 6$ lub $x = 7$.
C.	94,		3.	$x = 7$ lub $x = 8$.



BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

