

Zagadnienia na egzamin magisterski 2023/2024 dla kierunku MATEMATYKA

Poniższe zagadnienia nie są pytaniami na egzaminie magisterskim, lecz tematami, których znajomość będzie wymagana na egzaminie. Ponadto będą zadawane pytania z pracy magisterskiej i tematyki ściśle z nią związanej.

Analiza matematyczna II

1. Zbieżność według miary. Twierdzenie Jegorowa.
2. Twierdzenie Radona-Nikodyma.
3. Sigma-ciało produktowe. Produkt miar. Twierdzenie Fubinięgo.
4. Uzupełnianie sigma-ciała i miary produktowej.

Analiza funkcjonalna

1. Definicja i podstawowe własności przestrzeni Banacha. Przykłady przestrzeni Banacha nieskończonego wymiaru.
2. Operatory ograniczone w przestrzeniach Banacha, norma operatora, przykłady.
3. Przestrzeń sprzężona z przestrzenią unormowaną. Postać funkcjonału liniowego w przestrzeniach l^p oraz $L^p(a,b)$.
4. Definicja i podstawowe własności przestrzeni Hilberta. Przykłady takich przestrzeni.
5. Twierdzenie o rozkładzie ortogonalnym oraz twierdzenie Riesz o reprezentacji w przestrzeni Hilberta.

Pytania z licencjatu:

Analiza matematyczna

1. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych. Własności funkcji ciągłych na zbiorach zwartych.
2. Pochodna funkcji i jej związki z pochodnymi cząstkowymi.
3. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremów funkcji.
4. Zamiana zmiennych w całkach wielokrotnych i krzywoliniowych.
5. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągu funkcji.

Algebra liniowa i algebra

1. Przestrzeń liniowa, baza i wymiar.
2. Twierdzenie Kroneckera-Capelli'ego.
3. Odwzorowania liniowe i ich macierze. Rząd macierzy, wyznacznik, wartości i wektory własne.
4. Grupy i ich homomorfizmy, podgrupy normalne, grupy ilorazowe. Twierdzenie Lagrange'a.
5. Pierścienie i ciała. Ideał, pierścień ilorazowy. Ideały pierwsze i maksymalne.

Wstęp do teorii miary

1. Przestrzenie mierzalne, funkcje mierzalne. Przestrzenie z miarą.
2. Miara Lebesgue'a w \mathbb{R}^n , konstrukcja i własności.
3. Konstrukcja całki Lebesgue'a. Funkcje całkowalne i ich własności.

Rachunek prawdopodobieństwa

1. Przestrzeń probabilistyczna, definicja i własności.
2. Prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite, wzór Bayesa, niezależność zdarzeń.

3. Zmienne losowe typu dyskretnego i ciągłego. Rozkład zmiennej losowej. Dystrybuanta. Wartość oczekiwana i wariancja.

Topologia

1. Przestrzenie metryczne.
2. Odwzorowania ciągłe w przestrzeniach metrycznych. Homeomorfizmy.
3. Zwarte przestrzenie metryczne. Własności przestrzeni zwartych.
4. Przestrzenie metryczne zupełne. Twierdzenie Banacha o odwzorowaniu zwężającym.

Równania różniczkowe

1. Twierdzenia Picarda i Peano.
2. Postać rozwiązań liniowego równania różniczkowego n-tego rzędu o stałych współczynnikach.
3. Macierz fundamentalna dla układu liniowego i jej zastosowania.