Recenzja pracy doktorskiej
mgr inż. Moniki Rosickiej
pt. „Permutation graphs and their properties"

Praca doktorska mgr inż. Moniki Rosickiej składa się z dwóch dość luźno ze sobą związanych części. Pierwsza z nich dotyczy zagadnień dominowania w grafach, a druga pewnego szczególnego rodzaju poetykietowań krawędzi i wierzchołków grafów. Obie części łączy pojęcie grafu permutacyjnego (ang. permutation graph), który pojawia się w każdej z tych części, choć w tej drugiej tylko w bardzo szczególnym przypadku.

Formalnie, praca podzielona jest na Wstęp i cztery rozdziały. We Wstępie autorka omawia zawartość pracy i, nieco chyba zbyt pobieżnie, rysuje tło uzyskanych wyników. W Rozdziale 1 podaje listę definicji podstawowych pojęć używanych w pracy.

Rozdział 2 dotyczy liczby dominowania w tzw. grafach pryzmowych (ang. prism graphs). Mówiąc nieco nieformalnie, są to grafy otrzymane z dwóch rozłącznych kopii dowolnego grafu G przez połączenie wierzchołków jednej kopii z wierzchołkami drugiej kopii dowolnym skojarzeniem o n krawędziach, gdzie n to liczba wierzchołków w grafie G. Omawiany rozdział zawiera główny, moim zdaniem, rezultat pracy doktorskiej. Jest nim dowód postawionej w roku 2009 hipotezy Mynhardt i Xu mówiącej, że jedynym grafem G takim, że dowolny graf pryzmowy otrzymany z G ma taką samą liczbę dominowania jak sam graf G, jest graf o pustym zbiorze krawędzi. Autorka podaje najpierw dowód tej hipotezy w szczególnym przypadku, gdy w grafie G istnieje wierzchołek, którego sąsiedzi tworzą zbiór niezależny. Ten dowód powstał wcześniej niż kompletny dowód hipotezy Mynhardt i Xu. Jest od niego dużo prostszy i łatwiejszy do prześledzenia. Sam dowód hipotezy Mynhardt i Xu jest o wiele bardziej złożony. Korzysta się w nim z pewnych obserwacji poczynionych już przez samych autorów hipotezy (szczególnie Twierdzenie 6 odgrywa tu dużą rolę). Idea dowodu polega na analizie struktury grafu G (o niepustym zbiorze krawędzi) prowadzącej do skonstruowania takiego grafu pryzmowego dla G, który ma liczbę dominowania większą niż sam graf G. Konstrukcja ta jest skomplikowana i dość żmudna. Wymaga rozważenia sporej liczby przypadków i dopracowania wielu szczegółów. Autorka wykazała tu dużą pomysłowość i biegłość w prowadzonych rozważaniach, a wymyślenie samej idei dowodu wymagało zapewne nabycia sporej intuicji dotyczącej tego problemu.

Rozdział 2 zawiera jeszcze kilkanaście prostych spostrzeżeń i obserwacji