Załącznik nr 3

AUTOREFERAT

1. Imiona i nazwisko: **Piotr Józef Bartłomiejczyk**

2. Posiadane dyplomy i stopnie naukowe:

- dyplom magistra matematyki, Uniwersytet Gdański, Wydział Matematyki, Fizyki i Chemii, 1991;
- stopień naukowy doktora nauk matematycznych w zakresie matematyki na podstawie rozprawy doktorskiej *Zagadnienia teorii macierzy połączeń* (promotor prof. dr hab. K. Gęba), Instytut Matematyczny PAN, Warszawa, 2000.

3. Dotychczasowe zatrudnienie w jednostkach naukowych:

- stanowisko asystenta w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego w latach 1991–1999,
- stanowisko adiunkta w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego w latach 2000–2011,
- stanowisko starszego wykładowcy w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego w latach 2011–2014,
- stanowisko starszego wykładowcy w Katedrze Równań Różniczkowych i Zastosowań Matematyki Politechniki Gdańskiej od 2014.

4. Osiągnięcie z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki stanowi jednotematyczny cykl publikacji pod tytułem:

„Homotopijne własności przestrzeni odwzorowań lokalnych"

Lista publikacji wchodzących w skład ww. osiągnięcia:

[H1] **P. Bartłomiejczyk**, K. Gęba, M. Izydorek, *Otopy classes of equivariant local maps*, J. Fixed Point Theory Appl. 7(1) (2010), 145–160.

[H2] **P. Bartłomiejczyk**, P. Nowak-Przygodzki, *Gradient otopies of gradient local maps*, Fund. Math. 214(1) (2011), 89–100.

[H3] **P. Bartłomiejczyk**, P. Nowak-Przygodzki, *Proper gradient otopies*, Topol. Appl. 159 (2012), 2570–2579.

[H4] **P. Bartłomiejczyk**, P. Nowak-Przygodzki, *The exponential law for partial, local and proper maps and its application to otopy theory*, Commun. Contemp. Math. 16(5) (2014), 1450005 (12 pages).

[H5] **P. Bartłomiejczyk**, P. Nowak-Przygodzki, *On the homotopy equivalence of the spaces of proper and local maps*, Cent. Eur. J. Math. 12(9) (2014), 1330–1336.

[H6] **P. Bartłomiejczyk**, *On the space of equivariant local maps*, Topol. Methods Nonlin. Anal. 45(1) (2015), 233–246.

[H7] **P. Bartłomiejczyk**, P. Nowak-Przygodzki, *The Hopf theorem for gradient local vector fields on manifolds*, New York J. Math. 21 (2015), 943–953.

Poniżej znajduje się omówienie celu naukowego ww. prac i osiągniętych wyników.

1. Omówienie wyników jednotematycznego cyklu publikacji [H1]–[H7]

1.1. Wstęp. Tematyka prac składających się na rozprawę ma swoje źródło w dwu nurtach badań. Pierwszy z nich dotyczy przestrzeni odwzorowań lokalnych i otopii, drugi zaś związany jest z poszukiwaniem nowych niezmienników topologicznych w klasie odwzorowań i homotopii gradientowych.

Idea badania przestrzeni odwzorowań częściowych, lokalnych i właściwych pochodzi z prac [1,26,27,33,42]. Najstarszą i jednocześnie najbardziej elementarną z wymienionych prac jest praca A. M. Abd-Allaha i R. Browna [1] z roku 1980, w której autorzy wprowadzili przestrzeń odwzorowań częściowych $\mathrm{Par}(X, Y)$, gdzie X, Y są przestrzeniami topologicznymi. Przestrzeń ta składa się z odwzorowań ciągłych $f\colon U \subset X \to Y$ określonych na otwartych podzbiorach $U \subset X$, a topologia w niej jest dostosowaną do zmieniającej się dziedziny wersją topologii zwarto-otwartej. Ponieważ, jak łatwo sprawdzić, powyższa przestrzeń jest ściągalna, o ile Y jest ściągalna, w analizie nieliniowej zastosowanie znalazła nie cała przestrzeń odwzorowań częściowych, ale jej podzbiory złożone z odwzorowań lokalnych i właściwych. Podzbiory te są także przestrzeniami topologicznymi, ale z topologiami bogatszymi niż topologia indukowana z przestrzeni odwzorowań częściowych. I to właśnie tym nowym topologiom zawdzięczają obie przestrzenie swoją użyteczność.

Przestrzeń odwzorowań właściwych, choć jedynie w odniesieniu do pól wektorowych na rozmaitości, pojawia się w pracy J. C. Beckera i D. H. Gottlieba [27] z roku 1999. Natomiast topologia w zbiorze odwzorowań lokalnych została zdefiniowana najpierw w naszej pracy [21], a następnie w pełnej ogólności w pracy [H5]. Warto podkreślić, że w pracy [H5] wprowadzamy uogólnioną definicję odwzorowania lokalnego, która obejmuje zarówno odwzorowania lokalne w starym sensie jak i odwzorowania właściwe.

Jednak dużo wcześniej, nim udało się zdefiniować topologię w zbiorze odwzorowań lokalnych, pojęcie odwzorowania lokalnego oraz bardzo użyteczne uogólnienie pojęcia homotopii nazywane otopią zostały wprowadzone i wykorzystane w pracach J. C. Beckera i D. H. Gottlieba ([26]) oraz D. H. Gottlieba i G. Samaranayake ([42]). Główna korzyść z używania tych pojęć polega na tym, że otopia łączy ze sobą odwzorowania lokalne o niekoniecznie tej samej dziedzinie, bowiem dziedzina odwzorowania może się zmieniać wzdłuż otopii. Co więcej, stopień topologiczny jest niezmiennikiem otopii, a klasy otopii pojawiają się w naturalny sposób w wielu twierdzeniach klasyfikacyjnych, co będzie jednym z głównych tematów poniższego omówienia.

Drugą ważną inspirację prac składających się na rozprawę stanowią badania dotyczące odwzorowań i homotopii gradientowych, a w szczególności artykuł A. Parusińskiego [52] z roku 1990, którego powstanie wiąże się z odkryciami dokonanymi we wcześniejszej dekadzie. Mianowicie, w połowie lat osiemdziesiątych poprzedniego stulecia E. N. Dancer podał definicję nowego niezmiennika typu stopień dla S^1-współzmienniczych odwzorowań gradientowych ([32]). Ponieważ ten nowy stopień daje więcej informacji niż zwykły stopień topologiczny, można przy jego pomocy otrzymać nowe twierdzenia o bifurkacji, których nie udałoby się uzyskać używając zwykłego stopnia.

W nawiązaniu do odkrycia Dancera pod koniec lat osiemdziesiątych zeszłego stulecia profesor K. Gęba postawił następujący problem: czy również w sytuacji bez działania grupy istnieje lepszy niezmiennik niż zwykły stopień topologiczny dla homotopii w klasie odwzorowań gradientowych? Negatywną odpowiedź na to pytanie dał we wspomnianym wyżej artykule A. Parusiński. Mianowicie udowodnił on, że jeśli dwa gradientowe pola wektorowe na dysku n-wymiarowym nieznikające na brzegu są homotopijne (mają ten sam stopień), to są również gradientowo homotopijne. Z jednej strony wynik ten stanowił pewne zaskoczenie, a z drugiej był ważnym krokiem na drodze do zrozumienia, które założenia są kluczowe dla konstrukcji nowego niezmiennika w przypadku współzmienniczym gradientowym.

Okazuje się, że problem postawiony przez profesora K. Gębę pojawia się w sposób naturalny przy rozważaniu odwzorowań lokalnych i ich klas otopii. Z tego właśnie powodu tak ważne miejsce w naszych badaniach zajmuje analiza i porównanie klas otopii gradientowych i zwykłych.

Warto zauważyć, że niezależnie od Beckera i Gottlieba pojęcia odwzorowania lokalnego i otopii wprowadzili E. N. Dancer, K. Gęba i S. Rybicki w pracy [33] z roku 2005. Co zrozumiałe, w pracy tej autorzy używają innej terminologii. Odwzorowanie lokalne nosi tam nazwę pary zwartej (parę tę tworzą odwzorowanie i jego dziedzina), a otopia nazywa się homotopią par zwartych. Pojęć tych używają autorzy jako narzędzi służących do dowodu twierdzeń o klasyfikacji współzmienniczych homotopii gradientowych.

Wszystkie prace wchodzące w skład rozprawy dotyczą przestrzeni odwzorowań lokalnych oraz jej różnych podprzestrzeni (z topologią indukowaną) składających się z odwzorowań gradientowych czy współzmienniczych. Koncentrujemy się przy tym na badaniu klas otopii odwzorowań lokalnych, czyli (jak wykażemy) składowych łukowej spójności powyższych przestrzeni. Przedstawiamy także klasyfikację różnych zbiorów klas otopii (zwykłych, gradientowych, współzmienniczych), a także naturalne związki pomiędzy różnymi zbiorami klas.

W celu zachowania przejrzystości podzielimy nasze omówienie na trzy części. W części pierwszej skupiamy się na badaniu zbioru klas otopii gradientowych.