

Recenzja rozprawy doktorskiej Pankajkumara Joshiego
pt. *Quantitative approach to some aspects of Bell nonlocality and contextuality*

Rozprawa doktorska pana Pankajkumara Joshiego poświęcona jest fundamentalnym problemom mechaniki kwantowej tzn. nielokalności i kontekstualności pomiarów i wynikających z nich korelacji między podukładami. Powstała na podstawie czterech oryginalnych publikacji współautorstwa doktoranta i jej trzy zasadnicze rozdziały odpowiadają treściowo tym publikacjom. Rozdziały te poprzedzone są treściwym i wyczerpującym wstępem wprowadzającym i omawiającym podstawowe pojęcia i definicje, a także krótkie omówienie metod analizy poruszanych w rozprawie problemów.

Renesans zainteresowania podstawami mechaniki kwantowej, głównie w kontekście kwantowo-informatycznym, obserwowany w ostatnich kilkunastu latach, spowodowany jest właśnie powstaniem i gwałtownym rozwojem informatyki kwantowej i jej praktycznymi zastosowaniami. Należy tu zwrócić uwagę, że w porównaniu z tym, co kiedyś uważano za podstawy mechaniki kwantowej, zarówno problemy, jak i stosowane metody analizy uległy znacznej ewolucji. Spekulatywne rozważania dotyczące, przede wszystkim, problemów interpretacyjnych, na jakie napotkał rozwój teorii kwantowej, zostały zastąpione podejściem, którego głównym celem jest podanie ilościowych charakterystyk pozwalających na porównanie teorii kwantowych i klasycznych (lub jeszcze innych, np. ogólnych teorii niesygnalizujących) z punktu widzenia zastosowań nastawionych na przekazywanie i przetwarzanie informacji. Rozwój takiego właśnie nurtu badań podstaw mechaniki kwantowej jest zrozumiały. Kwantowe cechy układów (w szczególności, układów złożonych), niewystępujące na poziomie klasycznym stanowią swego rodzaju zasoby pozwalające na efektywniejsze przetwarzanie, magazynowanie i przesyłanie informacji. Do oceny takich zasobów, np. w celu stwierdzenia, iż pewne stany, czy też procesy kwantowe będą w konkretnym kontekście informatycznym przydatniejsze, czy efektywniejsze, niezbędna jest ich (tzn. zasobów) ilościowa charakteryzacja.

Rozprawa doktorska pana Pankajkumara Joshiego stanowi odpowiedź na szereg tego typu wyzwań. W rozdziale 2., opartym na opublikowanej w roku 2013 pracy współautorstwa doktoranta, przeanalizowano ograniczenia na łamanie nierówności Bella w języku tzw. pudełek (rodzin rozkładów prawdopodobieństwa). W zależności od postulowanych własności korelacji między pomiarami, pudełka takie mogą modelować sytuacje czysto klasyczne, kwantowe, lub jeszcze ogólniejsze, w których jedynym ograniczeniem jest respektowanie zasady przyczynowości w odniesieniu do przestrzennie odseparowanych układów. Różne sytuacje skutkują ograniczeniami na maksymalną wartość konkretnych korelacji w układzie złożonym (nierówności Bella i Tsirelsona). Najważniejszym wynikiem tej części pracy jest podanie uniwersalnego ograniczenia na łamanie nierówności Bella dla pudełek kwantowych (tzn. podlegających prawom mechaniki kwantowej) o $2 \times n$ wejściach (Obserwacja 2.2 ważna dla ogólnych pudełek niesygnalizujących tego typu, w połączeniu z Twierdzeniem 2.3, obowiązującym dla pudełek kwantowych). W celu otrzymania tego ładnego i ważnego poprzez swoją ogólność wyniku autor zastosował w sposób twórczy i pomysłowy znaną z

innych problemów kwantowo-informatycznych metodę ilościowej charakteryzacji odległości od wyróżnionego zbioru (w tym wypadku zbioru pudełek deterministycznych) punktu spoza tego zbioru, polegającą na maksymalizacji wagi wkładów punktów z tegoż zbioru do wypukłych kombinacji opisujących wybrany punkt (w tym wypadku konkretne niesygnalizujące pudełko). Tak wprowadzoną charakterystykę autor nazywa (co jest uzasadnione jej opisaną powyżej konstrukcją) *fraction of determinism* (brak chyba, na razie, adekwatnego tłumaczenia polskiego tego terminu). Jak już wspomniałem, cała analiza jest pomysłowa i prowadzi do nowego, nietrywialnego, ogólnego wyniku.

Rozdział trzeci rozprawy poświęcony jest problemowi rozgłaszania (*broadcasting*) ogólnych pudełek. W wypadku kwantowym, rozgłaszanie nieznanego stanu polega na takiej jego transformacji (do stanu większego układu), aby zredukowane macierze gęstości stanu otrzymanego po transformacji były równe stanowi wyjściowemu, przy czym dopuszczalne transformacje ograniczone są oczywistymi wymogami fizycznymi sprawiającymi, że całe zagadnienie jest interesujące z punktu widzenia ewentualnych zastosowań (np. powinny to być operacje lokalne). W wypadku kwantowym rozgłaszanie jest zasadniczo niemożliwe. Głównym wynikiem rozważań przeprowadzonych w rozdziale 3. jest uogólnienie tego rezultatu na przypadek ogólnych pudełek niesygnalizujących. Tu również, przy dowodzeniu tego faktu pan Pankajkumar Joshi w pomysłowy i skuteczny zastosował metodę wykorzystywaną w innych zagadnieniach informatyki kwantowej, polegającą na konstrukcji odpowiedniej funkcji określonej na pudełkach, monotonicznej przy dopuszczalnych transformacjach. Dowód tego, że rozgłaszanie jest niemożliwe, polega na wykazaniu, że w przeciwnym wypadku wystąpiłoby złamanie monotoniczności. W celu przeprowadzenia takiej analizy problemu pan Pankajkumar Joshi skonstruował odpowiednią funkcję, mającą wymagane własności monotoniczności, nazwaną przez niego *anti-robustness* (podobnie jak poprzednio, nie sądzę, że by istniało polskie tłumaczenie tego terminu) i przeanalizował jej właściwości. Otrzymany wynik jest nie tyle istotny z praktycznego punktu widzenia (nie znamy bowiem niesygnalizujących, niekwantowych pudełek), co z powodu swojej ogólności, gdyż pokazuje, że ograniczenia na rozgłaszanie nie są charakterystyczne wyłącznie w mechanice kwantowej.

W rozdziale 4. rozprawy pan Pankajkumar Joshi zajął się problemem ilościowej charakterystyki kontekstualności. Kontekstualność jest, na równi ze splątaniem, cechą układów kwantowych niewystępującą na poziomie klasycznym. Cechę tę można interpretować jako zależność wyniku pomiaru od tego jakie inne, kompatybilne z danym pomiary są jednocześnie przeprowadzane. Jeśli ta cecha układów kwantowych miałyby być, podobnie jak splątanie, rodzajem zasobu kwantowo-informatycznego, wymagane byłoby jej ilościowe określenie, zgodnie z ogólnym podejściem do problemu zasobów, o którym wspomniałem powyżej. Dotychczasowe prace nad skonstruowaniem takiej charakterystyki nie przyniosły zadowalających rezultatów. Panu Pankajkumarowi Joshiemu udało się ten stan rzeczy zmienić. W rozdziale 4. rozprawy, (a wcześniej w opublikowanej pracy), przedstawia on konstrukcję odpowiednich miar kontekstualności, pokazuje równoważność pewnych miar skonstruowanych w ramach różnych, naturalnych podejść, a także dyskutuje pewne istotne cechy, takie jak addytywność, która jest dość naturalnym wymogiem dotyczącym zależności

miary sumy dwóch niezależnych układów od ich miar indywidualnych. W szczególności dowodzi 2-addytywności jednej ze skonstruowanych miar dla pewnej klasy pudełek (Twierdzenie 4.1).

Jeśli zasób ma być użyteczny to powinniśmy umieć uzyskać go z dostępnych źródeł. Jest to problem tzw. dystylacji (zasobu). W wypadku splątania chodzi tu zazwyczaj o uzyskanie mniejszej liczby kopii o większym (być może maksymalnym) splątaniu z większej liczby kopii o splątaniu mniejszym. Analogiczny problem można postawić dla kontekstualności. W rozdziale 4. rozprawy pokazano odpowiedni protokół destylacji w tym wypadku. Jest to wynik bardzo ważny z punktu widzenia ewentualnego wykorzystania kontekstualności jako zasobu kwantowo-informatycznego.

W podsumowaniu merytorycznej zawartości rozprawy doktorskiej stwierdzam, że zwiera ona dużo oryginalnych wyników, bez wątplenia ważnych na poziomie fundamentalnym dla zrozumienia podstaw mechaniki kwantowej, a co ważniejsze, na poziomie praktycznym i z punktu widzenia ewentualnych zastosowań, istotnych także dla informatyki kwantowej.

Konstrukcja całej rozprawy jest przemyślana i logiczna, co ułatwia jej lekturę i ocenę. W zakończeniu rozdziału wstępnego zawarte jest krótkie omówienie głównych wyników wraz z odniesieniami do prac oryginalnych, na podstawie których rozprawa powstała, co jest również rozwiązaniem godnym pochwały. Dowody przedstawionych twierdzeń są odpowiednio precyzyjne i przedstawione klarownie. Kilka dobrych przykładów (np. w rozdziale 4.3.2) spełnia dobrą rolę w ilustrowaniu przeprowadzonych rozumowań.

Jak już wspomniałem, rozdziały zawierające oryginalne wyniki poprzedzone są wstępem, w którym zawarto niezbędne definicje i przedstawiono istotne znane wyniki, potrzebne w dalszych częściach pracy. Wstęp ten dobrze spełnia swoje zadania, chociaż autorowi przydarzyło się kilka niezręczności. Tak np.:

1. We wzorach (1.10) i (1.11) znaczenie symbolu $\bigoplus_i^{|x|}$ pozostaje nieobjaśnione, mimo wysiłków autora polegających na stwierdzeniu, że \bigoplus to dodawanie modulo 2, a w przypisie do tekstu oddalonego o pół strony od rzeczonych równań i dotyczącego już zupełnie innych spraw, poinformowanie, że $|x|$ to liczba elementów obserwabli x . Ten sam problem pojawia się ponownie we wzorach (4.1) i (4.2).

2. W definicji 1.8 nie jest jasne czym są zbiory R i T . Sama definicja: „Twirling operations ... are defined on a set of boxes $R \sqcup T$...” sugeruje, że sam zbiór R (i tylko on, a nie T) jest również jej obiektem. Z drugiej strony zbiór T nie pojawił się nigdzie wcześniej, a ponadto punkt 2. omawianej definicji wyraźnie stwierdza, że definiowane operacje są też określone na T , a nie tylko na R . Najprawdopodobniej oba te zbiory, jak i same definiowane operacje są obiektami podanej definicji spełniającymi warunki 1. i 2. Podejrzewam, że ta niezręczność sformułowania jest jednym z przejawów heroicznej walki, jaką przez całą rozprawę jej autor prowadzi z elementarnymi regułami języka angielskiego (o czym piszę dalej).

3. O ile pudełka kwantowe i lokalne „zasłużyły” na *explicite* sformułowane definicje (1.4 i 1.5), to, z niewiadomych przyczyn, pudełka deterministyczne (używane wielokrotnie w dalszej części rozprawy) są wprowadzone *en passant* między wzorami 1.21 i 1.22, i to nie w postaci definicji, ale poprzez zwrócenie uwagi, że przypisują one ustalone wartości obserwabdom.

4. Na stronie 16, przy omawianiu kontekstualności, autor stwierdza : „It turns out that such assignments is (powinno być `are`) not possible. One such assignment could be”, po czym następuje tabelka („assignment”) jawnie nie spełniająca założeń, co jest oczywiste, gdyż, jak słusznie stwierdzono w pierwszym cytowanym zdaniu, tabelki spełniających założenia nie ma. Trudno mi się doszukać logiki w tej sekwencji zdań i wzorów, nie rozumiem też celu dydaktycznego, (który chyba przyświecał autorowi), całego wywodu.

W sumie jednak, cały wstęp oceniam bardzo pozytywnie. Autor wykazał dużą znajomość szerokiej i skomplikowanej tematyki i przedstawił swą wiedzę w sposób przystępny i logiczny. Chciałbym też pochwalić solidną bibliografię, w którą zaopatrzona jest rozprawa.

Rozprawa napisana jest w języku angielskim i tu, niestety, autor napotkał na niezliczone trudności. Nie pretenduję do jakiejś szczególnej znajomości tego języka, ale liczba elementarnych błędów językowych, gramatycznych i interpunkcyjnych, które udało mi się dostrzec, przekroczyła moje oczekiwania. Części błędów udałooby się uniknąć poprzez zastosowanie jakiegokolwiek narzędzia automatycznej korekty (np. „assum” zamiast „assume” – str. 23), część poprzez uważną lekturę, gdyż narzędzie sprawdzające byłoby nieprzydatne (np. „specially” zamiast „spatially” – str. 18, „where” zamiast „were” – str. 52). Jednak najbardziej irytujące jest tryumfalne ignorowanie podstawowych reguł gramatycznych, takich jak zgodność osoby i liczby rzeczownika z formą czasu teraźniejszego czasownika. Zdania i frazy takie jak np. „Alice and Bob wins the game...” – str. 9, „... values of observables... is context dependent...” – str. 8, „...assignments ... is not possible...” – str. 16, „...there exist no single joint distribution...” – str. 66, „...we need an important results ... which is stated as follows” – str. 56), znaleźć można na niepokojąco dużej liczbie stron. Takie błędy zwykle nie wpływają na możliwość zrozumienia myśli autora. Nieco gorzej wygląda to w wypadku, gdy zaimki nie zgadzają się z rzeczownikami („Tsirelson was the first to find such bounds... This upper bound... – str. 26; o które ze znalezionych rzekomo wielu ograniczeń chodzi w drugim zdaniu? „Entangled states are those which cannot be expressed as tensor product... It can only be expressed as a sum...” - str. 9; do którego spośród stanów splątanych odnosi się drugie zdanie?). Dodatkowy zamęt wprowadza dość przypadkowe użycie znaków interpunkcyjnych („...can be decomposed into ... then, clearly the image ... is not an extremal” – str. 75), a także anakolutyczne zdania w rodzaju : „Let us assume that a system with M_1 , M_2 , M_3 mutually commuting observables.” (str. 15), czy „We show that for isotropic boxes that are mixtures of PR and anti-PR, cannot be broadcast” (str. 56). Wymienione tu przykłady wszystkich błędów to tylko skromna próbka. Oczywiście, błędy te nie wpływają na merytoryczną ocenę pracy, są jednak irytujące. Autor będzie przecież publikował w przyszłości w języku angielskim, a nagromadzenie błędów może w końcu prowadzić do trudności w zrozumieniu samego wywodu. Ponadto liczba tych błędów wskazuje na nieuzasadniony pośpiech w pisaniu rozprawy, który, jak się wydaje, uniemożliwił nie tylko

konsultacje jej tekstu, ale też dokładne jej przeczytanie przez samego autora po jej zakończeniu.

Podsumowując stwierdzam, że rozprawa doktorska pana Pankajkumara Joshiego pt. *Quantitative approach to some aspects of Bell nonlocality and contextuality*, stanowi oryginalny wkład do fundamentalnych problemów podstaw mechaniki kwantowej i informatyki kwantowej, zawiera szereg ważnych i nowych rezultatów, a drobne uchybienia formalne nie mają znaczenia dla oceny niewątpliwych walorów naukowych rozprawy spełniającej wszelkie wymagania stawiane w przewodach doktorskich.

Wnioskuje o dopuszczenie pana Pankajkumara Joshiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Warszawa, 30 listopada 2015

prof. dr hab. Marek Kuś