prof. Grzegorz Plebanek
Instytut Matematyczny
Uniwersytetu Wrocławskiego
pl. Grunwaldzki 2/4, 50–384 Wrocław
e-mail: GRZES@MATH.UNI.WROC.PL

24 listopada 2015 roku

Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym dr. Rafała Filipowa

1. Informacje ogólne

Dr Rafał Filipów ukończył studia matematyczne na Uniwersytecie Gdańskim w roku 2000 i uzyskał stopień doktora nauk matematycznych na podstawie rozprawy napisanej pod kierunkiem profesora Ireneusza Recława (2004). Habilitant jest obecnie adiunktem w Instytucie Matematyki UG.

W toczącym się postępowaniu habilitacyjnym dr Rafał Filipow przedstawił, jako swoje osiągnięcie naukowe[1], cykl prac zatytułowany

Zbieżność ideałowa i kombinatoryka nieskończona.

Cykl ten składa się z sześciu artykułów opublikowanych w latach 2007-2014: są to dwie prace własne, trzy prace napisane wraz z Piotrem Szucą oraz jedna praca napisana w zespole autorów (R. Filipów, N. Mrożek, I. Recław i P. Szuca). Ta ostatnia publikacja oraz dwa artykuły R. Filipowa i P. Szucy stanowiły część osiągnięcia naukowego, przedstawionego Centralnej Komisji przez Piotra Szucę w roku 2012.

2. Omówienie głównych osiągnięć naukowych habilitanta

Ideał $\mathcal{I}$ na zbiorze liczb naturalnych ω może być rozpatrywany jako podzbiór zbioru Cantora 2^ω i w ten sposób można określić jego złożoność borelowską, czy też przynależność do określonej klasy rzutowej.

Dzięki pracom Mazura i Soleckiego z lat 90-tych okazało się, że zarówno ideały typu F_σ, jak i analityczne ideały będące tak zwanymi P–ideałami mają wygodny, wręcz analityczny, opis w języku podaddytywnych funkcji zbioru (podmiar) określonych na $P(\omega)$. Obie te klasy zawierają wiele klasycznych, od dawna badanych ideałów na ω i innych zbiorach przeliczalnych, takich jak ideał zbiorów $A \subseteq \omega$ asymptotycznej gęstości zero, ideał sumowalny tych $A \subseteq \omega$, dla których $\sum_{n\in A} 1/n < \infty$, ideał $A \subseteq \mathbb{Q}$ zbiorów nigdziegęstych i wiele innych. W efekcie

[1] w niniejszej recenzji nazywane też tradycyjnie rozprawą habilitacyjną

nastąpił żywy rozwój teorii takich ideałów i związanych z nimi algebr ilorazowych $P(\omega)/\mathcal{I}$, które były badane przez znanych matematyków, w szczególnosci przez L. Drewnowskiego, I. Faraha, M. Hrušaka, M. Kojmana, A. Louveau, T. Łuczaka i B. Veličkovica.

W artykule [1][2] zespół autorów zainicjował systematyczne badanie zbieżności ideałowej ciągów w przestrzeni topologicznej. Pojęcie to ma swoje korzenie w zbieżności statystycznej, rozważanej już przez Steinhausa w latach pięćdziesiątych. W [1] wprowadza się pojęcie ideałów z własnością BW (Bolzano-Weierstrassa) i pewne mocniejsze wersje tego pojęcia. Okazuje się, że ideały typu F_σ mają silną wersję własności BW oraz że istnieje czytelna charakteryzacja analitycznych $P-$ideałow z własnością BW w języku podmiary związanej z ideałem. Własność BW ideału $\mathcal{I}$ ma naturalne związki z z własnościami algebry Boole'a $P(\omega)/\mathcal{I}$ oraz z porządkiem Rudina-Keislera.

W pracy [2] Filipów i Szuca prezentują rozwiązania trzech problemów postawionych przez Drewnowskiego i Łuczaka w roku 2008. Problemy te dotyczyły technicznych, ale istotnych z punktu widzenia zastosowań, zależności pomiędzy podmiarami i związanymi z nimi ideałami.

W pracy [3] Filipów and Szuca rozważają ideałową wersję klasycznego twierdzenia Riemanna o szeregach warunkowo zbieżnych. Chodzi o pytanie, dla jakich ideałów na ω, jeżeli szereg $\sum_n a_n$ jest warunkowo zbieżny to istnieje permutacja π dla której suma $\sum_n a_{\pi(n)}$ jest z góry zadana, przy czym permutacja π jest stała poza zbiorem z ideału. Ta własność (R) i pokrewna własność rozważana przez Wilczyńskiego mają naturalne związki z własnoscia (BW) oraz innymi własnościami ideałów.

W pracy [4] autorzy badają ideałowe granice ciągów funkcji ciągłych. Praca ta nawiązuje do interesującego wyniku Lackovicha i Recława, charakteryzującego te ideały $\mathcal{I}$, dla których taka granica jest pierwszej klasy Baire'a. Autorzy uogólniają rezultat na wyższe klasy Baire'a (rozważając przy tym dziedzinę doskonalne normalną zamiast tradycyjnej przestrzeni polskiej, jak to sie na ogół czyni).

W pracy [5] autor bada zbieżność ideałową ciągów w przestrzeniach topologicznych, w szczególności pary $(X, \mathcal{I})$ dla których każdy ciąg (x_n) w przestrzeni X posiada podciąg $(x_n)_{n\in A}$ zbieżny względem ideału $\mathcal{I}$, przy czym $A \notin \mathcal{I}$. Przykładem takiej pary jest $(\Psi(\mathcal{A}), \mathcal{I})$, gdzie $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{I}$ jest maksymalną rodziną prawie rozłączną (tutaj Ψ oznacza operację zbudowania przestrzeni Mrówki). Inne przykłady związane są z tak zwanym ideałem Hindmana (którego definicja opiera się na twierdzeniu partycyjnym Hindmana).

W pracy [6] autor rozważa ideały $\mathcal{I}$ na liczbach naturalnych i dwa współczynniki kardynalne $\mathfrak{s}(\mathcal{I})$ i $\mathfrak{r}(\mathcal{I})$ (*the splitting and reaping number*), które w naturalny sposób uogólniają klasyczne liczby $\mathfrak{s}$ i $\mathfrak{r}$. Dla ideałów $\mathcal{I}$, które są bądź klasy F_σ, bądź analitycznymi $P-$ideałami dowodzi się, że $\mathfrak{s}(\mathcal{I}), \mathfrak{r}(\mathcal{I})$ są nieprzeliczane, a przy aksjomacie Martina są równe $\mathfrak{c}$. W pracy rozważa się też zbieżność ideałową ciągów funkcyjnych.

[2]według numeracji z autoreferatu

3. Ocena rozprawy habilitacyjnej

Prace wchodzące w skład rozprawy można podzielić na trzy grupy. Pierwszą z nich stanowi praca zespołowa [1], która jest najczęściej cytowaną pozycją w dorobku habilitanta. Jest to niewątpliwie interesujący i ciekawie napisany artykuł, który wprowadził do badania ideałów nowy punkt widzenia i pozwolił spojrzeć na klasyczne ideały na ω z innej perspektywy, opisując interesujące związki ideałów z topologią i algebrami Boole'a.

Drugą grupę stanowią prace [2] - [4] autorstwa R. Filipowa i P. Szucy; prace [2] i [4] były częścią rozprawy Piotr Szucy. W artykułach [2] i [3] autorzy umiejętnie wykorzystują dobrą znajomość wielu zagadnień związanych z ideałami do rozwiązania konkretnych problemów, stawianych przez innych matematyków. W szczególności rozwiązania problemów Drewnowskiego i Łuczaka z [2] są pomysłowe; korzysta się tu z teorii selektywnych koideałów do zaprezentowania zgrabnego rozwiązania jednego z zagadnień. Praca [4], z pewnością wymagająca solidnego warsztatu matematycznego, nie wydaje się jednak przynosić istotnie nowych technik czy pomysłów.

Trzecia grupa to samodzielne prace habilitanta [5] i [6]. Niestety jest to słabsza część ocenianej tutaj rozprawy. W pracy [5] trudno doszukać się głębszych motywacji, a obszar zagadnień jest tu rozszerzany dość mechanicznie.

Uwaga szczegółowa do pracy [5]: brakuje komentarza do Twierdzenia 2.2, który by wyjaśnił, dla jakich ideałów $\mathcal{I}$ istnieje maksymalna rodzina prawie rozłączna $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{I}$ (jak sądzę, maksymalność $\mathcal{A}$ jest oceniania w $P(\omega)$, a nie w $\mathcal{I}$). Następnie autor pisze, bez dodatkowych wyjaśnień, na początku dowodu Thm. 4.9:

Let $\mathcal{A}$ be a mad family such that $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{D}$...

co nie wydaje się być oczywiste, a nie jest prawdziwe dla dowolnych ideałów. (Dalej zapewne ma być $X = \Phi(\mathcal{A})$.)

Artykuł [6] dotyczy ciekawego zagadnienia, będącego aktualnie przedmiotem zainteresowania specjalistów z teorii mnogości. Niestety wyniki z pracy [6], wydają się być niezbyt głębokie w stosunku do tego, co od pewnego czasu bywa anonsowane na konferencjach i w internecie, patrz na przykład

`http://www.logic.univie.ac.at/2009/esi/pdf/brendle.pdf`

gdzie, według prezentacji Jörga Brendle, sporo wiadomo o współczynnikach ideałów typu F_σ.

R. Filipów stosuje w [6] aksjomat Martina dla porządków σ-scentrowanych więc mógłby po prostu udowodnić, że $\mathfrak{r}(\mathcal{I}), \mathfrak{s}(\mathcal{I}) \geqslant \mathfrak{p}$. Przy tym sformułowaniu nie trzeba osobno dowodzić, że $\mathfrak{r}(\mathcal{I}), \mathfrak{s}(\mathcal{I}) \geqslant \omega_1$. Można by sie pokusić, przynajmniej w niektórych przypadkach, o realizację ambitniejszego zadania i znaleźć zależności z innymi klasycznymi liczbami, na przykład zbadać czy $\mathfrak{r}(\mathcal{I}) \geqslant \mathfrak{b}$, por. wymienione wyżej źródło. Warto było też zbadać te współczynniki dla klasycznych ideałów wymienionych w pracy i przynajmniej wysunąć pewne ogólne hipotezy.

Trzeba jednak podkreślić, że wyniki anonsowane przez J. Brendle nie są jeszcze opublikowane i rezultaty omawianej pracy [6] Rafała Filipowa są w tym sensie oryginalne, a podejście autora do zagadnienia jest pomysłowe.

W części ostatniej pracy [6] (*Applications.*) zastosowania sa dość powierzchowne i składają się raczej z prostych uwag o punktowej zbieżności ciągów funkcyjnych.

4. Ocena dorobku naukowego habilitanta

Rafał Filipów jest autorem bądź współautorem 6 prac opublikowanych do momentu uzyskania stopnia doktora. Habilitant opublikował też 11 artykułów, które powstały po uzyskania stopnia doktora i nie weszły w skład rozprawy habilitacyjnej. Są to prace będące efektem współpracy z kolegami z ośrodka gdańskiego. W znacznej części dotyczą ideałowych wersji zagadnień związanych ze zbieżnościa ciągów funkcyjnych bądź bezpośrednio nawiązują do klasycznej analizy rzeczywistej.

Wiele prac kandydata, w szczególności prace [1]-[6] zostały zamieszczone w dobrych i bardzo dobrych czasopismach matematycznych. Wszystkie prace były cytowane 20 razy nie licząc autocytowań.

Kandydat wykazuje stosowną aktywność naukową, brał udział w wielu konferencjach, odbył też dwa dłuższe staże zagraniczne.

Pod względem ilościowym habilitant legitymuje się znaczącym dorobkiem (23 artykuły). Trzeba jednak brać pod uwagę sporą liczbe prac wspólnych, niektóre artykuły zostały napisane w większych zespołach. W swoich badaniach habilitant wydaje się zbyt kurczowo trzymać zagadnień związanych ze zbieżnością ideałową ciągów i ideałowymi odpowiednikami klasycznych zagadnień. Jak się wydaje, nie wszystkie tego typu uogólnienia są równie interesujące. Z drugiej strony w pracach wchodzących w skład rozprawy, przy okazji badania ideałów, pojawia sie wiele ciekawych zagadnień innego typu i stosowane są różnorodne techniki dowodowe. Dzięki temu obszar zainteresowań R. Filipowa jest dostatecznie szeroki, a jego warsztat matematyczny zróżnicowany.

5. Konkluzja

Niezależnie od pewnych zastrzeżeń wyrażonych powyżej, uważam że dr Filipów spełnia zwyczajowe oczekiwania środowiska matematycznego oraz wymagania ustawowe, stawiane kandydatom do stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk matematycznych. W swojej pracy habilitant wykazał się w dostatecznym stopniu samodzielnością i dojrzałością naukową.

Podsumowując, dr Rafał Filipów ma znaczący dorobek naukowy, a przedstawione przez niego osiągnięcie naukowe jest cyklem prac zamieszczonych w wiodących czasopismach matematycznych. Prace cyklu stanowią znaczący wkład w rozwój uprawianej przez niego dyscypliny. Dlatego w dalszych pracach Komisji będę popierał wniosek o nadanie mu stopnia doktora habilitowanego.

G. Plebanek