

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Tomasza Tylca  
pt. *Struktura zbioru odwzorowań dodatnich między  
niskowymiarowymi algebraami macierzowymi***

Zgodnie tytułem rozprawy, tematem badań naukowych mgr. Tomasza Tylca, które złożyły się na jego doktorat były odwzorowania dodatnie między algebraami macierzy, czy ogólniej algebraami operatorów liniowych. Odwzorowania takie, tzn. odwzorowania liniowe z definicji zachowujące dodatniość operatorów, były od dłuższego czasu obiektem zainteresowania z punktu widzenia mechaniki kwantowej, za ich pomocą bowiem, można reprezentować najogólniejsze, dopuszczalne przez mechanikę kwantową przekształcenia, którym może podlegać układ kwantowy. Zagadnienie struktury zbioru odwzorowań dodatnich ma więc dla mechaniki kwantowej zasadnicze znaczenie. Szczególnie ciekawy jest tu związek odwzorowań dodatnich z korelacjami kwantowymi w układach złożonych. Otóż kwantowa ewolucja podukładów układów złożonych jest opisana odwzorowaniami całkowicie dodatnimi, których opis strukturalny dany jest w terminach operatorów Krausa, to dzieje się tak tylko przy dodatkowym założeniu, że stan początkowy stan całego układu był separowalny. W tym sensie odwzorowania dodatnie nie są "w niczym gorsze" od operatorów całkowicie dodatnich - odwzorowania dodatnie, ale nie całkowicie dodatnie, także mogą poprawnie opisywać dynamikę kwantową. Niejako komplementarną właściwością odwzorowań dodatnich, które nie są całkowicie dodatnie, jest efektywna możliwość wykrywania za ich pomocą splątania, jak to zostało pokazane w pracy Horodeckich z roku 1996. Dlatego też gwałtowny rozwój informatyki kwantowej, dla której splątanie jest jednym z głównych "zasobów", spowodował nową intensyfikację badań nad odwzorowaniami dodatnimi. Ponieważ zagadnienie ich efektywnego opisu okazuje się być problemem nadspodziewanie trudnym, każdy drobny krok w tym obszarze ma duże znaczenie.

Ten nieco przydługi wstęp był niezbędny, aby zrozumieć istotny wkład, jaki wnosi rozprawa doktorska pana mgr. Tylca do problematyki. Zajął się on w swoich badaniach szeregiem aspektów struktury zbioru odwzorowań dodatnich, m. in. własnościami geometrycznymi zbioru wynikającymi z wypukłości tego zbioru. Strukturalny opis zbioru wypukłego jest koncepcyjnie prosty, jeśli tylko znane są punkty ekstremalne tego zbioru. Twierdzenie Kreina-Milmana pozwala wówczas na przedstawienie dowolnego punktu zbioru wypukłego w postaci kombinacji wypukłej punktów ekstremalnych (ewentualnie, elementu domknięcia zbioru takich kombinacji). Jednak identyfikacja punktów ekstremalnych jest zagadnieniem dalece nietrywialnym nawet w wypadku niskich wymiarów, zasadnicze trudności pojawiają się już przy przejściu od wymiaru 2 do wymiaru 3. Teoria odwzorowań dodatnich nabiera dodatkowych aspektów w wypadku gdy przestrzenie, w których działają operatory są nieskończenie wymiarowe. Skończenie-wymiarowe przestrzenie liniowe są tu zastąpione przez przestrzenie Banacha, a zamiast algebry macierzy rozpatrywać należy ogólne  $C^*$ -algebry. Z obszaru algebry liniowej przechodzimy do analizy funkcjonalnej, co wymaga dodatkowej dbałości w definiowaniu i operowaniu takimi obiektami, jak np. fundamentalny z

