

**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCIProjekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Wstęp do równań różniczkowych stochastycznych		11.1.0372	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
null			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>drugiego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	<b>forma</b>	stacjonarne
		<b>moduł</b>	matematyka teoretyczna, matematyka finansowa
		<b>specjalnościowy</b>	
	<b>specjalizacja</b>	wszystkie	
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
prof. UG, dr hab. Henryk Leszczyński; dr Aneta Gospodarczyk; prof. dr hab. Tomasz Szarek; dr Monika Wrzosek; dr Hanna Wojewódka			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Cykl dydaktyczny</b>			
2016/2017 letni			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rozwiązywanie zadań</li> <li>- Wykład problemowy</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> <li>- Egzamin</li> </ul>	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- egzamin ustny</li> <li>- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi</li> <li>- kolokwium</li> </ul>	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
		Zaliczenie ćwiczeń poprzez uzyskanie 50% możliwych punktów w dwóch kolokwium i zdanie egzaminu (pisemnego bądź ustnego).	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia</b>			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie
		Wiedza
K_W01	+	
K_W02	+	
K_W03	+	
		Umiejętności
K_U01	+	+
K_U04	+	+
K_U05	+	
K_U06		+

**Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi**

**A. Wymagania formalne**

Ukończenie kursów i zdanie egzaminów z teorii prawdopodobieństwa i procesów stochastycznych

**B. Wymagania wstępne**

Znajomość podstaw teorii procesów stochastycznych.

**Cele kształcenia**

Celem wykładu jest zapoznanie uczestników z elementami analizy stochastycznej dotyczącej teorii równań stochastycznych i jej wybranych zastosowań.

**Treści programowe**

Pojęcie silnego i słabego rozwiązania stochastycznego równania różniczkowego, twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania w przestrzeni procesów Ito, twierdzenia Girsanowa, własności Markowa procesu dyfuzji, silna własność Markowa, generator dyfuzji, formuła Dynkina, operator charakterystyczny, równanie wsteczne Kołmogorowa, formuła Faymana-Kaca, stochastyczna zmiana czasu, problem filtrowania, proces „innowacji”, związek procesu „innowacji” z procesem Wienera, filtr Kalmana-Bucy, zastosowania stochastycznych równań różniczkowych do problemów Dirichleta i Poissona, optymalne stopowanie, twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania problemu optymalnego stopowania.

**Wykaz literatury**

1. Z. Brzeźniak, T. Zastawniak, "Basic Stochastic Processes", Springer, 1999.
2. J. Cyganowski, P. Kloeden, J. Ombach, "From Elementary Probability to Stochastic Differential Equations with Maple", Springer, 2002.
3. W. Feller, "Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa", t. I i II, PWN, Warszawa 1977.
4. B. Øksendal, "Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications." Springer, 2003.
5. A.D. Wentzell, "Wykłady z teorii procesów stochastycznych", PWN, Warszawa 1980.

**Efekty kształcenia (obszarowe i kierunkowe)**

**Wiedza**

1. Zna i rozumie pojęcia martyngału (pod- oraz nadmartyngału) z czasem dyskretnym i ciągłym; Zna twierdzenia oraz nierówności Doob'a;
2. Zna pojęcie adaptowalności procesu względem filtracji; Zna definicję funkcji nieantycypujących; Zna definicje przestrzeni  $L^2_W[a,b]$  oraz  $M^2_W[a,b]$ ; Zna i rozumie pojęcie funkcji skokowej; Zna twierdzenia dotyczące aproksymacji funkcji z klas  $L^2_W[a,b]$ ,  $M^2_W[a,b]$  przez funkcje skokowe;
3. Zna i rozumie definicję całki stochastycznej z funkcji skokowej; Zna podstawowe własności całki stochastycznej z funkcji skokowej;
4. Zna definicję całki stochastycznej z funkcji z klasy  $L^2_W[a,b]$ ; Zna i potrafi udowodnić podstawowe własności stochastycznej całki nieoznaczonej;
5. Zna pojęcie różniczki stochastycznej; Zna formułę Ito;
6. Zna pojęcie stochastycznego równania różniczkowego oraz jego całkowitej reprezentacji; Zna arytmetyczny oraz geometryczny ruch Browna; Zna twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych.

K\_W01, K\_W02, K\_W03

**Umiejętności**

1. Potrafi stosować twierdzenia oraz nierówności Doob'a;
2. Zna pojęcie adaptowalności procesu względem filtracji; Zna definicję funkcji nieantycypujących; Zna definicje przestrzeni  $L^2_W[a,b]$  oraz  $M^2_W[a,b]$ ; Zna i rozumie pojęcie funkcji skokowej; Zna twierdzenia dotyczące aproksymacji funkcji z klas  $L^2_W[a,b]$ ,  $M^2_W[a,b]$  przez funkcje skokowe;

3. Potrafi wyznaczyć całkę stochastyczną z funkcji skokowej;
4. Zna definicję całki stochastycznej z funkcji z klasy  $L^2_W[a,b]$ ; Zna i potrafi udowodnić podstawowe własności stochastycznej całki nieoznaczonej;
5. Zna formułę Ito i potrafi ją zastosować w pewnych szczególnych sytuacjach;
6. Zna pojęcie stochastycznego równania różniczkowego oraz jego całkowitej reprezentacji; Zna arytmetyczny oraz geometryczny ruch Browna; Zna twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych.

K\_U01, K\_U04, K\_U05, K\_U06

**Kompetencje społeczne (postawy)**

**Kontakt**

[hleszcz@mat.ug.edu.pl](mailto:hleszcz@mat.ug.edu.pl)