



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Teoria liczb		11.1.0331	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>pierwszego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka nauczycielska, matematyka ekonomiczna, matematyka
		specjalizacja	wszystkie
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	poziom	drugiego stopnia
		forma	stacjonarne
		moduł specjalnościowy	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka
		specjalizacja	finansowa
		specjalizacja	wszystkie
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
dr Piotr Zarzycki; dr Marcin Szyszkowski; dr Poj Lertchoosakul			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Cykl dydaktyczny</b>			
2017/2018 letni			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
fakultatywny (do wyboru)		polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rozwiązywanie zadań</li> <li>- Wykonywanie doświadczeń</li> <li>- Wykład z prezentacją multimedialną</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> <li>- Egzamin</li> </ul>	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- egzamin ustny</li> <li>- ustalenie oceny zaliczeniowej na podstawie ocen cząstkowych otrzymywanych w trakcie trwania semestru</li> <li>- egzamin pisemny (dłuższa wypowiedź pisemna / rozwiązanie problemu)</li> <li>- kolokwium</li> </ul>	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia</b>			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Kolokwium	Obserwacja postawy studenta	Aktywność na zajęciach
	Wiedza			
K_W01	+	+		
K_W02	+	+		
K_W03	+			
	Umiejętności			
K_U01	+	+		
K_U03			+	
K_U04	+	+		
K_U05	+			
K_U06		+		
K_U07				+

### Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

B. Wymagania wstępne

Typowy kurs wstępu do matematyki oraz kurs algebry.

### Cele kształcenia

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z pojęciami, twierdzeniami i metodami elementarnej teorii liczb.

### Treści programowe

1. Własności relacji podzielności określonej w zbiorze liczb całkowitych.
2. Algorytm Euklidesa.
3. Liczby pierwsze.
4. Kongruencje i ich własności.
5. Prawo wzajemności reszt kwadratowych.
6. Podstawowe równania diofantyczne.
7. Ułamki łańcuchowe i ich własności.
8. Przybliżanie liczb rzeczywistych liczbami wymiernymi.
9. Funkcje arytmetyczne – własności algebraiczne i własności analityczne.

### Wykaz literatury

1. W. Marzantowicz, P. Zarzycki, Elementarna teoria liczb, PWN, Warszawa 2006
2. W. Narkiewicz, Teoria liczb, PWN, Warszawa 1990
3. L. K. Hua, Introduction to Number Theory, Springer, 1982
4. H. Davenport, The Higher Arithmetic, Cambridge University Press, 2008

### Efekty kształcenia

(obszarowe i kierunkowe)

### Wiedza

Student:

- posiada pogłębioną wiedzę z zakresu elementarnej teorii liczb
- dobrze rozumie rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych
- zna dobrze co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń symbolicznych i numerycznych
- zna podstawowe definicje i twierdzenia z elementarnej teorii liczb, w szczególności: twierdzenie o dzieleniu z resztą, uzasadnienie poprawności algorytmu Euklidesa, zasadnicze twierdzenie arytmetyki, twierdzenie o nieskończoności zbioru liczb pierwszych
- zna definicję i podstawowe własności kongruencji, w szczególności małe twierdzenie Fermata, twierdzenie Eulera, twierdzenie chińskie o resztach oraz prawo wzajemności liczb kwadratowych
- zna twierdzenia dotyczące równań diofantycznych, w szczególności równań liniowych i równania Pitagorasa
- zna twierdzenia dotyczące ułamków łańcuchowych, w szczególności zna twierdzenia dotyczące najlepszych przybliżeń liczbami wymiernymi (spełniających określone warunki) liczb niewymiernych
- zna przykłady liczb przestępnych, w szczególności zna twierdzenie Liouville'a

dotyczące przykładów takich liczb

- zna definicje i twierdzenia dotyczące algebraicznych i analitycznych własności funkcji arytmetycznych, w szczególności funkcji dzielników, funkcji sumy dzielników i funkcji Eulera

K\_W01, K\_W02, K\_W03.

### Umiejętności

Student:

- posiada umiejętności konstruowania rozumowań matematycznych: dowodzenia twierdzeń i obalania hipotez poprzez konstrukcję i dobór kontrprzykładów
- rozumie dowody matematyczne przedstawione na zajęciach i potrafi uzupełnić luki w prostszych dowodach
- potrafi zastosować metody i przykłady z teorii liczb w innych dziedzinach matematyki
- potrafi poznane twierdzenia zastosować przy rozwiązywaniu zadań związanych np. ze sprawdzeniem podzielności liczb, rozkładem liczby naturalnej na czynniki pierwsze;
- potrafi wykorzystać kongruencje do rozwiązywania zadań związanych z podzielnością liczb, z równaniami diofantycznymi
- potrafi znaleźć wszystkie lub spełniające określone warunki rozwiązania niektórych równań diofantycznych, w szczególności równań liniowych i równania Pitagorasa
- potrafi liczby rzeczywiste przedstawić w postaci ułamków łańcuchowych oraz zamienić niektóre typy ułamków łańcuchowych na liczby rzeczywiste
- potrafi udowodnić niewymierność niektórych liczb, np. liczb typu  $\sqrt{2}$ , liczby e
- potrafi zbadać własności (np. multiplikatywność) wybranych funkcji arytmetycznych
- potrafi wykorzystywać do rozwiązywania zadań, stawiania hipotez pakiety oprogramowania z wbudowanymi modułami poświęconymi teorii liczb (np. MAPLE, MATHEMATICA)

K\_U01, K\_U03, K\_U04, K\_U05, K\_U06, K\_U07.

### Kompetencje społeczne (postawy)

### Kontakt

Piotr.Zarzycki@mat.ug.edu.pl