



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez
Unię Europejską w ramach
Europejskiego Funduszu
Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Nazwa przedmiotu		Kod ECTS	
Analiza matematyczna		11.1.0363	
Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot			
Instytut Matematyki			
Studia			
wydział	kierunek	poziom	pierwszego stopnia
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	forma	stacjonarne
		moduł	matematyka ekonomiczna
		specjalnościowy	matematyka ekonomiczna
		specjalizacja	wszystkie
Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)			
dr Barbara Wolnik; prof. UG, dr hab. Andrzej Nowik; prof. UG, dr hab. Antoni Augustynowicz; dr Jacek Gulgowski; dr Nikodem Mrozek; Marta Kwela; dr Marek Hałenda; dr Maciej Mroczkowski; prof. UG, dr hab. Rafał Filipów; dr Maciej Niebrzydowski; dr Marta Frankowska			
Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin		Liczba punktów ECTS	
Formy zajęć		33	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
Sposób realizacji zajęć			
zajęcia w sali dydaktycznej			
Liczba godzin			
Wykład: 180 godz., Ćw. audytoryjne: 180 godz.			
Cykl dydaktyczny			
2016/2017 zimowy, 2016/2017 letni, 2017/2018 zimowy			
Status przedmiotu		Język wykładowy	
obowiązkowy		polski	
Metody dydaktyczne		Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne	
- Rozwiązywanie zadań - Wykład problemowy		Sposób zaliczenia	
		- Zaliczenie na ocenę - Egzamin	
		Formy zaliczenia	
		- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium	
		Podstawowe kryteria oceny	
Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Ocena postawy studenta	Aktywność w dyskusji
Wiedza				
K_W01	+			
K_W02	+			
K_W03	+			
K_W07	+			
K_W08	+			
K_W09	+			
Umiejętności				
K_U01		+		
K_U02		+		
K_U03		+		
K_U07		+		
K_U08	+			
K_U09	+			
Kompetencje				
K_K01			+	
K_K02				+
K_K04			+	
K_K06				+

Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi

A. Wymagania formalne

B. Wymagania wstępne

Typowy kurs szkoły średniej

Cele kształcenia

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z pojęciami, twierdzeniami i metodami rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych.

Treści programowe

Semestr I:

- Liczby rzeczywiste. Aksjomatyka liczb rzeczywistych. Kresy zbiorów.
- Ciągi liczb rzeczywistych. Pojęcie ciągu, ciągi monotoniczne, ciągi ograniczone. Granica ciągu, tw. o granicach sum, iloczynów i ilorazów ciągów zbieżnych, tw. o trzech ciągach, granice ciągów monotonicznych. Warunek Cauchy'ego. Punkty skupienia ciągu, granica dolna i górna. Granice niewłaściwe. Przykłady ciągów występujących w ekonomii.
- Szeregi liczbowe. Zbieżność i suma szeregu, szereg geometryczny. Warunek konieczny zbieżności szeregu. Szereg harmoniczny. Podstawowe kryteria zbieżności szeregu o wyrazach nieujemnych. Zbieżność bezwzględna, bezwarunkowa i warunkowa. Kryteria Dirichleta, Abela i Leibniza. Mnożenie szeregów.
- Funkcje rzeczywiste zmiennej rzeczywistej. Definicja Cauchy'ego i Heinego granicy i ciągłości funkcji. Ciągłość jednostajna. Własności funkcji ciągłej na przedziale domkniętym. Granice niewłaściwe.
- Pochodna funkcji jednej zmiennej. Pochodna, jej sens geometryczny, fizyczny i ekonomiczny. Pochodne funkcji elementarnych. Pochodna sumy, iloczynu, ilorazu i superpozycji funkcji, pochodna funkcji odwrotnej. Tw. Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego. Pochodne wyższych rzędów. Wzór Taylora, reszty Lagrange'a, Cauchy'ego i Peano. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremum lokalnego. Zastosowania rachunku różniczkowego do badania przebiegu zmienności funkcji. Tw. de l'Hospitala. Elastyczność funkcji, interpretacja ekonomiczna.

Semestr II:

- Całka funkcji jednej zmiennej. Definicja całki oznaczonej Reimanna i jej podstawowe własności. Całkowalność funkcji ciągłej. Oszacowania całki, całkowite twierdzenia o wartości średniej. Pojęcie funkcji pierwotnej. Całka nieoznaczona. Związek całki oznaczonej i nieoznaczonej. Podstawowe metody całkowania. Przybliżone obliczanie całek oznaczonych. Całki niewłaściwe, kryteria zbieżności, związek z szeregami. Funkcje Gamma i Beta Eulera. Krzywa Gaussa (gęstość standardowego rozkładu normalnego).
- Ciągi i szeregi funkcyjne. Zbieżność punktowa i jednostajna. Szeregi potęgowe, ich promień i przedział zbieżności. Różniczkowanie i całkowanie ciągów i szeregów funkcyjnych. Szeregi Fouriera. Podstawowe własności szeregów Fouriera.

Semestr III:

- Podstawowe topologiczne i geometryczne własności przestrzeni euklidesowych. Własności normy i iloczynu skalarnego.
- Funkcje wielu zmiennych. Granice i ciągłość.
- Pochodne funkcji wielu zmiennych. Pochodne cząstkowe, pochodna kierunkowa, pochodna (różniczka) - związki pomiędzy tymi pojęciami.

4. Pochodne wyższych rzędów, tw. Schwartza o przemienności różniczkowania cząstkowego. Wzór Taylora, ekstrema lokalne.
5. Odwzorowania R^n w R^m , jacobian, dyfeomorfizm, twierdzenie o lokalnym dyfeomorfizmie. Twierdzenie o funkcjach uwikłanych. Ekstrema warunkowe, metoda mnożników Lagrange'a.
6. Całka Riemanna w R^2 i R^3 (oraz R^k), tw. o całkach iterowanych, tw. o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej.
7. 1- i 2-formy. Całka z 1- i 2-form. Twierdzenia Greena i Stokes'a.

Wykaz literatury

1. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1982.
2. W. Dubnicki, J. Kłopotowski, T. Szapiro, Analiza matematyczna. Podręcznik dla ekonomistów, PWN Warszawa 1999
3. G.M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, tom I, II i III. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1978.
4. W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986.
5. K. Kuratowski Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN Warszawa 1973
6. F. Leja Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN Warszawa 1979
7. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001.
8. K. Jankowska, T. Jankowski, Zbiór zadań z matematyki, Wydawnictwo PG, Gdańsk 2003L.
9. Górniewicz, R. Ingarden. Analiza matematyczna dla fizyków. Wyd. UMK, Toruń 1996.
10. A. Birkholc: Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych. PWN W-wa, 1995.

Efekty kształcenia

(obszarowe i kierunkowe)

Wiedza

Student

- zna definicje liczb rzeczywistych (aksjomatyczną oraz jako przekroje Dedekinda zbioru liczb wymiernych), zna przykłady liczb niewymiernych (algebraicznych i przestępnych) – w tym liczby e, zna pojęcie zbioru ograniczonego. Zna zasadę indukcji matematycznej. Zna podstawowe definicje związane z pojęciami ciągu i szeregu liczbowego, granicy i ciągłości funkcji oraz zna definicje i interpretacje geometryczną i fizyczną pochodnej funkcji jednej zmiennej. Zna podstawowe twierdzenia teorii ciągów liczbowych (w tym Tw. Bolzano-Weierstrassa) oraz szeregów liczbowych, zna podstawowe twierdzenia związane z pojęciami granicy i ciągłości funkcji oraz podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej. Zna podstawowe definicje związane z pojęciami całki nieoznaczonej i oznaczonej funkcji jednej zmiennej oraz ciągu i szeregu funkcyjnego (w tym szeregu potęgowego, szeregu Maclaurina i szeregu Fouriera), zna podstawowe twierdzenia rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej oraz dotyczące zbieżności punktowej i jednostajnej ciągów i szeregów funkcyjnych. Zna podstawowe pojęcia geometryczne i metryczne w przestrzeniach R^k (iloczyn skalarny, moduł, różne normy). Zna pojęcie ciągłości odwzorowań oraz podstawowe własności odwzorowań ciągłych wielu zmiennych (w tym twierdzenie Weierstrassa o osiągnięciu kresów funkcji ciągłej na zbiorach zwartych). Zna podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego w przestrzeniach R^k (pochodna, pochodne cząstkowe oraz kierunkowe), zna warunek dostateczny różniczkowalności funkcji wielu zmiennych. Zna definicję drugiej pochodnej oraz definicję pochodnych cząstkowych wyższych rzędów, zna twierdzenie Taylora dla funkcji wielu zmiennych (dla $n=2$), zna definicję odwzorowań klasy C^n , zna definicję ekstremum lokalnego oraz warunki konieczny i dostateczny istnienia ekstremum lokalnego w punkcie, zna pojęcie ekstremum warunkowego oraz warunek konieczny istnienia ekstremum warunkowego (metoda mnożników Lagrange'a). Zna twierdzenia o różniczkowalności odwzorowania odwrotnego, o lokalnym odwracaniu odwzorowań oraz o funkcji uwikłanej. Zna definicję całki Riemanna z funkcji określonej na dowolnym ograniczonym podzbiore R^k , zna charakteryzację obszarów, na których funkcje ciągłe są całkowne (jako obszarów otwartych i ograniczonych, dla których brzeg ma miarę Jordana zero); zna definicję całki niewłaściwej funkcji określonej na zbiorach nieograniczonych. Zna pojęcie całki iterowanej oraz twierdzenia pokazujące związek całki iterowanej z całką Reimanna, zna twierdzenie o zamianie zmiennych w całce Reimanna. Zna definicje 1-form oraz 2-form różniczkowych; zna definicje całek z 1-form po krzywych oraz 2-form po powierzchniach, zna twierdzenia Greena oraz Stokes'a - K_W02, K_W08, K_W09
- zna podstawowe pojęcia logiki matematycznej i teorii mnogości występujące w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - K_W01
- zna podstawowe pojęcia algebry liniowej i geometrii analitycznej występujące w

	<p>poznanych twierdzeniach i ich dowodach- K_W03</p> <ul style="list-style-type: none"> • zna podstawowe definicje topologiczne w przestrzeniach R^k (zbieżność ciągów, zbiory otwarte, domknięte, zwarte) - K_W07 <p>Umiejętności</p> <p>Student</p> <ul style="list-style-type: none"> • potrafi przeprowadzić rozumowanie stwierdzające wymierność czy niewymierność przykładowych liczb rzeczywistych, potrafi znaleźć kresy zbioru ograniczonego, umie przeprowadzić dowody metodą indukcji, potrafi definiować ciągi i funkcje rekurencyjne. Potrafi — na prostym i średnim poziomie trudności — obliczać granice ciągów liczbowych i badać ich własności z wykorzystaniem różnych technik (w tym ciągów zadanych wzorami rekurencyjnymi), zbadać zbieżność szeregu (bezwzględna i warunkowa) i obliczyć jego sumę, obliczać granice funkcji w punkcie i badać jej ciągłość oraz ciągłość jednostajną. Umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej w zagadnieniach związanych z poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniem przebiegu funkcji, podając precyzyjne i ściśle uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. Umie wyjaśnić analityczny i geometryczny sens całki nieoznaczonej i oznaczonej funkcji jednej zmiennej. Potrafi — na prostym i średnim poziomie trudności — obliczać całki oznaczone i nieoznaczone funkcji jednej zmiennej z wykorzystaniem różnych technik (w tym przez części i przez podstawienie), zbadać zbieżność punktową i jednostajną ciągu i szeregu funkcyjnego, zna warunki dostateczne i potrafi rozwijać funkcje w szereg Maclaurina i w szereg Fouriera. Umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej w zagadnieniach związanych z obliczaniem pól powierzchni płaskich, podając precyzyjne i ściśle uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. Potrafi wskazać przykłady poznanych pojęć matematycznych w ekonomii oraz użyć poznanej teorii do rozwiązania zagadnień ekonomicznych. Potrafi wykazać podstawowe własności oraz związki pomiędzy podstawowymi pojęciami geometrycznymi i metrycznymi w przestrzeniach R^k (w szczególności lemat Schwarza), umie stosować charakteryzację zbieżności jako zbieżności po współrzędnych, potrafi udowodnić związki pomiędzy pojęciami: pochodna, pochodne cząstkowe oraz kierunkowe. Umie udowodnić warunek konieczny różniczkowości funkcji wielu zmiennych. Umie zastosować poznane twierdzenia dotyczące ekstremów do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych. Potrafi – w prostych i średnio trudnych przypadkach – wyliczyć zadaną całkę Reimanna, całkę iterowaną, umie wykorzystać do obliczania całek zamiany zmiennych związane ze współrzędnymi biegunowymi, sferycznymi oraz walcowymi. Umie obliczać odpowiednie całki krzywoliniowe oraz powierzchniowe - K_U02, K_U08, K_U09 • poprawnie posługuje się podstawowymi pojęciami logiki matematycznej, teorii mnogości i topologii występującymi w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - K_U01, K_U07 • poprawnie posługuje się podstawowymi pojęciami algebry liniowej i geometrii analitycznej występującymi w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - K_U03 • potrafi wskazać przykłady zastosowań poznanych pojęć i metod matematycznych w ekonomii oraz wykorzystać poznaną teorię do rozwiązania zagadnień ekonomicznych - K_U09 <p>Kompetencje społeczne (postawy)</p> <p>Student</p> <ul style="list-style-type: none"> • rozumie potrzebę dalszego kształcenia - K_K01 • potrafi formułować pytania służące pogłębieniu tematu - K_K02 • rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej - K_K04 • potrafi formułować opinie na temat poznanych zagadnień matematycznych - K_K06
<p>Kontakt</p> <p>Barbara.Wolnik@mat.ug.edu.pl</p>	