



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Analiza matematyczna		11.1.0362	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>pierwszego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	<b>forma</b>	stacjonarne
		<b>moduł</b>	matematyka nauczycielska, matematyka
		<b>specjalnościowy</b>	
		<b>specjalizacja</b>	wszystkie
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
prof. dr hab. Tomasz Natkaniec; Jakub Knitter; dr Barbara Wolnik; dr hab. Piotr Szuca; dr Jolanta Wesołowska; prof. UG, dr hab. Jarosław Pykacz; mgr Jacek Tryba; dr Adam Kwela; prof. UG, dr hab. Rafał Filipów; dr Nikodem Mrozek; dr Jan Jastrzębski; dr Jacek Gulgowski; prof. UG, dr hab. Antoni Augustynowicz; mgr Marcin Staniszewski			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		33	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 180 godz., Wykład: 180 godz.			
<b>Cykl dydaktyczny</b>			
2016/2017 zimowy, 2016/2017 letni, 2017/2018 zimowy			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rozwiązywanie zadań</li> <li>- Wykład problemowy</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> <li>- Egzamin</li> </ul>	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- egzamin ustny</li> <li>- aktywność na ćwiczeniach</li> <li>- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi</li> <li>- kolokwium</li> </ul>	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	
		Zaliczenie ćwiczeń następuje na podstawie trzech kolokwium w semestrze. Egzamin końcowy - pisemny z teorii po każdym semestrze. Warunkiem zaliczenia (zdania egzaminu) jest uzyskanie 50% maksymalnej liczby punktów. Ocena końcowa jest średnią oceny z zaliczenia i oceny z egzaminu.	
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia</b>			

zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta	Aktywność w dyskusji
Wiedza				
K_W01	+			
K_W02	+			
K_W03	+			
K_W07	+			
K_W08	+			
K_W09	+			
Umiejętności				
K_U01		+		
K_U02		+		
K_U03		+		
K_U07		+		
K_U08	+			
K_U09	+			
Kompetencje				
K_K01			+	
K_K02				+
K_K04			+	
K_K06				+

**Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi**

**A. Wymagania formalne**

Frekwencja na ćwiczeniach - zgodnie z Regulaminem Studiów. Obecność na wykładach nie jest obowiązkowa, ale jest mocno zalecana.

**B. Wymagania wstępne**

Typowy kurs szkoły średniej.

**Cele kształcenia**

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z pojęciami, twierdzeniami i metodami rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych.

**Treści programowe**

Semestr I:

1. Liczby rzeczywiste. Aksjomatyka liczb rzeczywistych. Kresy zbiorów.

Ciągi liczb rzeczywistych. Pojęcie ciągu, ciągi monotoniczne, ciągi ograniczone. Granica ciągu, tw. o granicach sum, iloczynów i ilorazów ciągów zbieżnych, tw. o trzech ciągach, granice ciągów monotonicznych. Warunek Cauchy'ego. Punkty skupienia ciągu, granica dolna i górna. Granice niewłaściwe.

2. Szeregi liczbowe. Zbieżność i suma szeregu, szereg geometryczny. Warunek konieczny zbieżności szeregu. Szereg harmoniczny. Podstawowe kryteria zbieżności szeregu o wyrazach nieujemnych. Zbieżność bezwzględna, bezwarunkowa i warunkowa. Kryteria Dirichleta, Abela i Leibniza. Mnożenie szeregów.

3. Funkcje rzeczywiste zmiennej rzeczywistej. Definicja Cauchy'ego i Heinego granicy i ciągłości funkcji. Ciągłość jednostajna. Własności funkcji ciągłej na przedziale domkniętym. Granice niewłaściwe. Zbiór liczb granicznych funkcji w punkcie; granica dolna i górna.

4. Pochodna funkcji jednej zmiennej. Pochodna, jej sens geometryczny. Pochodne funkcji elementarnych. Pochodna sumy, iloczynu, ilorazu i superpozycji funkcji, pochodna funkcji odwrotnej. Tw. Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego. Pochodne wyższych rzędów. Wzór Taylora. Warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremum lokalnego. Zastosowania rachunku różniczkowego do badania przebiegu zmienności funkcji. Reguła de l'Hospitala.

Semestr II:

1. Całka Riemanna funkcji jednej zmiennej. Konstrukcja całki Riemanna i jej podstawowe własności. Całkowalność funkcji ciągłej. Oszacowania całki, całkowite twierdzenia o wartości średniej. Całka nieoznaczona (pojęcie funkcji pierwotnej). Podstawowe twierdzenie rachunku całkowego. Całkowanie przez części i przez podstawienie.

2. Ciągi i szeregi funkcyjne. Zbieżność punktowa i zbieżność jednostajna ciągów i szeregów funkcyjnych. Warunek Cauchy'ego dla zbieżności

jednostajnej. Tw. o ciągłości granicy (sumy) ciągu (szeregu) jednostajnie zbieżnego. Kryterium Weierstrassa. Tw. Weierstrassa o aproksymacji funkcji ciągłych wielomianami. Szeregi potęgowe, ich promień i przedział zbieżności. Definicja funkcji elementarnych przy pomocy szeregów potęgowych. Całkowanie ciągów i szeregów funkcyjnych. Szeregi Fouriera. Podstawowe własności szeregów Fouriera.

3. Metryka euklidesowa w przestrzeniach  $R^k$ , zbieżność ciągów w  $R^k$ . Ciągłość i różniczkowalność funkcji jednej zmiennej o wartościach  $R^n$  (funkcje wektorowe). Styczna do krzywej, krzywizna krzywej. Własności normy i iloczynu skalarnego. Zbiory otwarte i domknięte, zbiory zwarte w przestrzeniach euklidesowych. Granice i ciągłość funkcji wielu zmiennych o wartościach wektorowych.

Semestr III:

1. Pochodne funkcji wielu zmiennych. Pochodne cząstkowe, pochodna kierunkowa, pochodna (różniczka) - związki pomiędzy tymi pojęciami.
2. Pochodne wyższych rzędów, tw. Schwartza o przemienności różniczkowania cząstkowego. Wzór Taylora, ekstrema lokalne.
3. Odwzorowania  $R^n$  w  $R^m$ , jacobian, dyfeomorfizm, twierdzenie o lokalnym dyfeomorfizmie. Twierdzenie o funkcjach uwikłanych. Ekstrema warunkowe.
4. Całka Riemanna w  $R^2$  i  $R^3$  (oraz  $R^k$ ), tw. o całkach iterowanych, tw. o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej.
5. Całka krzywoliniowa. 1- i 2-formy. Całka z 1- i 2-form. Twierdzenia Grena i Stokes'a.

**Wykaz literatury**

1. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1982.
2. K. Kuratowski Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN Warszawa 1973.
3. Górniewicz, R. Ingarden. Analiza matematyczna dla fizyków. Wyd. UMK, Toruń 1996.
4. A. Birkholc: Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych. PWN W-wa, 1995.
5. G.M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, tom I, II i III. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1978.
6. W. Kryszicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986.
7. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001.

<p><b>Efekty kształcenia (obszarowe i kierunkowe)</b></p>	<p><b>Wiedza</b></p> <p>Student, który zaliczył przedmiot:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. zna i rozumie podstawowe pojęcia analizy matematycznej, zna i rozumie podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowalnego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, a także wykorzystywane w nich metody gałęzie innych gałęzi matematyki, ze szczególnym wykorzystaniem algebry liniowej i topologii. W szczególności: zna aksjomaty liczb rzeczywistych, zna przykłady liczb niewymiernych, w tym liczby e; zna zasadę indukcji matematycznej; zna definicje i podstawowe twierdzenia związane z pojęciami ciągów i szeregów: liczbowego oraz funkcyjnego; zna definicje i podstawowe własności granicy funkcji; zna definicje i podstawowe własności funkcji ciągłych; zna definicje, interpretacje geometryczną i fizyczną oraz własności pochodnej funkcji jednej i wielu zmiennych; zna i rozumie definicję całki Riemanna jednej i wielu zmiennych; zna i rozumie pojęcia całki krzywoliniowej, całki z 1-form oraz 2-form różniczkowych. K_W02, K_W08, K_W09;</li> <li>2. zna podstawowe pojęcia logiki matematycznej i teorii mnogości występujące w poznanych twierdzeniach i ich dowodach - K_W01;</li> <li>3. zna podstawowe pojęcia algebry liniowej i geometrii analitycznej występujące w poznanych twierdzeniach i ich dowodach- K_W03;</li> <li>4. zna podstawowe definicje topologiczne w przestrzeniach <math>R^k</math> (zbieżność ciągów, zbiory otwarte, domknięte, zwarte) - K_W07;</li> </ol>
	<p><b>Umiejętności</b></p> <p>Student, który zaliczył przedmiot:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować definicje i twierdzenia; umie operować pojęciem liczby rzeczywistej, potrafi dowieść wymierność/niewymierność liczby; potrafi przeprowadzać dowody metodą indukcji matematycznej; potrafi definiować funkcje i relacje rekurencyjne; potrafi - na prostym i średnim poziomie trudności - obliczać granice ciągów, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów liczbowych; badać zbieżność punktową i jednostajną szeregów funkcyjnych; rozwijać funkcje w szereg Maclaurina i w szereg Fouriera; umie wykorzystać</li> </ol>

twierdzenia i metody rachunku różniczkowego jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z poszukiwaniem ekstremów oraz badaniem przebiegu funkcji, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia swoich rozumowań; potrafi całkować funkcje jednej i wielu zmiennych przez części i przez podstawianie; potrafi sprowadzać całkę z funkcji wielu zmiennych do całki iterowanej; potrafi obliczać całki krzywoliniowe i powierzchniowe. K\_U02, K\_U08, K\_U09;

2. poprawnie posługuje się podstawowymi pojęciami logiki matematycznej, teorii mnogości i topologii występującymi w poznanych twierdzeniach i ich dowodach. K\_U01, K\_U07;

3. poprawnie posługuje się podstawowymi pojęciami algebry liniowej i geometrii analitycznej występującymi w poznanych twierdzeniach i ich dowodach. K\_U03;

**Kompetencje społeczne (postawy)**

Student:

1. rozumie swoje ograniczenia oraz potrzebę dalszego kształcenia. K\_K01;
2. potrafi formułować pytania służące pogłębieniu tematu. K\_K02;
3. rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej. K\_K04;
4. potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych. K\_K06.

**Kontakt**

mattn@mat.ug.edu.pl