



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez
Unię Europejską w ramach
Europejskiego Funduszu
Społecznego

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Nazwa przedmiotu		Kod ECTS						
Rachunek prawdopodobieństwa		11.1.0271						
Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot								
Faculty of Mathematics, Physics and Informatics								
Studia								
wydział	kierunek	poziom	pierwszego stopnia					
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Bioinformatyka	forma	stacjonarne					
		moduł	Podstawowa					
		specjalnościowy	Podstawowa					
		specjalizacja	Podstawowa					
Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)								
prof. UG, dr hab. Wiesław Laskowski; mgr Krzysztof Rosołek; prof. UG, dr hab. Marcin Marciniak; dr Tomasz Tylec								
Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin					Liczba punktów ECTS			
Formy zajęć					5 Przedmiot w wymiarze 30h wykładu i 30h ćwiczeń + praca własna			
Wykład, Ćw. audytoryjne								
Sposób realizacji zajęć								
zajęcia w sali dydaktycznej								
Liczba godzin								
Wykład: 30 godz., Ćw. audytoryjne: 30 godz.								
Cykl dydaktyczny								
2016/2017 zimowy								
Status przedmiotu				Język wykładowy				
obowiązkowy				polski				
Metody dydaktyczne				Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne				
<ul style="list-style-type: none"> - praca własna - przygotowanie się do egzaminu - praca własna - rozwiązywanie zadań domowych - wykład - ćwiczenia audytoryjne - rozwiązywanie zadań 				Sposób zaliczenia				
				<ul style="list-style-type: none"> - Zaliczenie na ocenę - Egzamin 				
				Formy zaliczenia				
				<ul style="list-style-type: none"> - egzamin ustny - egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi - kolokwium 				
				Podstawowe kryteria oceny				
				Egzamin: uzyskanie ponad połowy maksymalnej ilości punktów na egzaminie pisemnym lub poprawna odpowiedź na dwa pytania z trzech na egzaminie ustnym. Zaliczenie: uzyskanie ponad połowy maksymalnej ilości punktów z kolokwiów.				
Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia								
zakładany efekt kształcenia		Egzamin	Kolokwium	mtd. dydakt 4	mtd. dydakt 5	mtd. dydakt 6	mtd. dydakt 7	mtd. dydakt 8
	Wiedza							
K_W02		+	+					
	Umiejętności							
K_U01		+	+					
Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi								
A. Wymagania formalne								
Zaliczone przedmioty:								
<ul style="list-style-type: none"> • Matematyka (I sem.) 								

- Matematyka dyskretna i algebra liniowa (II sem.)

B. Wymagania wstępne

Wymagania wstępne przedmiotu Matematyka (I sem.) oraz dodatkowo student powinien znać:

1. Działania na zbiorach i prawa rachunku zbiorów, pojęcie pary uporządkowanej i iloczynu kartezjańskiego zbiorów; pojęcie funkcji.
2. Określenie liczby zespolonej, jednostki urojonej, części rzeczywistej i urojonej, liczby sprzężonej i modułu; pojęcie postaci trygonometrycznej liczby zespolonej; wzór de Moivre'a; wzór na pierwiastki z liczby zespolonej; interpretację geometryczną zbioru liczb zespolonych.
3. Podstawowe typy funkcji elementarnych i ich własności: funkcje potęgowe, funkcje liniowe, kwadratowe, wielomiany, funkcje wykładnicze, logarytmiczne, trygonometryczne i cyklometryczne.
4. Pojęcie granicy funkcji rzeczywistej w punkcie; definicja Heinego i Cauchy'ego; granice jednostronne funkcji w punkcie, granice niewłaściwe; pojęcie ciągłości funkcji w punkcie; pojęcie funkcji ciągłej; własności funkcji ciągłych: własność Darboux, twierdzenie Weierstrassa.
5. Definicję pochodnej funkcji w punkcie; pojęcie funkcji różniczkowalnej; interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej; wzory na pochodną sumy, iloczynu i ilorazu funkcji; wzór na pochodną funkcji złożonej; własności funkcji różniczkowalnych: ciągłość, twierdzenie Rolle'a, twierdzenie Lagrange'a o wartości średniej; związki między pochodną a ekstremami lokalnymi i monotonicznością.
6. Określenie pochodnych wyższych rzędów; pojęcie funkcji n-krotnie różniczkowalnej i funkcji gładkiej; związki między drugą pochodną a kształtem wykresu; twierdzenie Taylora; wzór Taylora i określenie reszty we wzorze Taylora.
7. Ogólną ideę konstrukcji całki Riemanna; pojęcie funkcji pierwotnej; twierdzenie Newtona-Leibniza; określenie całki nieoznaczonej i oznaczonej; interpretację geometryczną całki oznaczonej; metody całkowania funkcji jednej zmiennej: przez części, przez podstawianie, całkowanie funkcji wymiernych, całkowanie funkcji wymiernych od funkcji trygonometrycznych, podstawienia Eulera; zastosowania geometryczne.
8. Pojęcie przestrzeni wektorowej i wektora; działania na wektorach; określenie iloczynu skalarnego i jego własności; pojęcie iloczynu wektorowego i jego własności; określenie normy wektora i odległości wektorów w przestrzeni euklidesowej; równania prostej i płaszczyzny w dwu- i trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej.
9. Określenie funkcji wielu zmiennych; pojęcie ciągłości funkcji wielu zmiennych; określenie pochodnej i pochodnych cząstkowych funkcji wielu zmiennych.
10. Pojęcie macierzy; działania na macierzach i ich własności: dodawanie, mnożenie przez liczbę, mnożenie macierzy; określenie wyznacznika macierzy i jego własności: rozwinięcie Laplace'a względem kolumny; określenie rzędu macierzy; definicję macierzy odwracalnej i warunki równoważne odwracalności, metody wyznaczania macierzy odwrotnej.
11. Podstawowe pojęcia kombinatoryczne: kombinacja, wariacja, permutacja; wzory na ilość różnych obiektów kombinatorycznych; wzory na ilość: podzbiorów, wszystkich funkcji, iniekcji, surjekcji; wzór włączeń-wyłączeń.

i potrafić:

1. Wykonywać działania na zbiorach; wyznaczać iloczyn kartezjański dwóch zadanych zbiorów i interpretować go geometrycznie.
2. Wykonywać działania na liczbach zespolonych; wyznaczać postać trygonometryczną liczby zespolonej; potęgować i obliczać pierwiastki z liczb zespolonych; rozwiązywać równania o współczynnikach zespolonych
3. Szkicować wykresy funkcji elementarnych i je przekształcać; określać ich dziedziny; badać różnowartościowość i odwracalność funkcji; wyznaczać funkcję odwrotną do funkcji zadanej wzorem.
4. Obliczać granice funkcji w punkcie; badać ciągłość funkcji.
5. Obliczać pochodne na podstawie wzorów na pochodną sumy, iloczynu, ilorazu i złożenia funkcji; wyznaczać ekstrema lokalne i przedziały monotoniczności.
6. Obliczać pochodne wyższych rzędów; obliczać współczynniki w rozwinięciu Taylora dla funkcji n-krotnie różniczkowalnej.
7. Obliczać całki nieoznaczone i oznaczone; stosować je do rozwiązywania problemów geometrycznych.
8. Obliczać kombinacje liniowe wektorów; obliczać długość wektora w przestrzeni euklidesowej; obliczać kąt między wektorami; obliczać odległość między punktami w przestrzeni euklidesowej; wyznaczać równania prostych i płaszczyzn w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej.
9. Badać ciągłość funkcji wielu zmiennych; obliczanie pochodne cząstkowe; wyznaczać ekstrema lokalne funkcji dwóch i trzech zmiennych.
10. Wykonywać działania na macierzach; obliczać wyznaczniki macierzy kwadratowych niskich wymiarów; obliczać rząd macierzy; badać odwracalność macierzy i wyznaczać macierz odwrotną.
11. Rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne wymagające znajomości wzorów na ilość kombinacji, wariacji, permutacji, podzbiorów, wszystkich funkcji, iniekcji i surjekcji oraz wzoru włączeń-wyłączeń.

Cele kształcenia

Opanowanie elementów probabilistyki niezbędnych w biologii, informatyce, fizyce, chemii i statystyce.

Treści programowe

1. Elementy teorii miary i całki.
2. Przestrzenie probabilistyczne: koncepcja zdarzenia i prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo warunkowe i niezależność zdarzeń.
3. Zmienne losowe jednowymiarowe i ich rozkłady.
4. Wektory losowe i niezależność zmiennych losowych.
5. Metoda funkcji tworzących i funkcji charakterystycznych
6. Zbieżności zmiennych losowych i twierdzenia graniczne.
7. Elementy teorii łańcuchów Markowa.
8. Elementy teorii procesów stochastycznych.

Wykaz literatury

- P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i miara, PWN 1987
 A.A. Borowkow, Rachunek prawdopodobieństwa, PWN 1975,
 J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, SCRIPT 2001
 G. Krzykowski, M. Szreder, Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna, cz.I, Wydawnictwo UG 2002,
 A. Plucińska, E. Pluciński, Rachunek prawdopodobieństwa. Statystyka matematyczna. Procesy stochastyczne, WNT 2000

Efekty kształcenia (obszarowe i kierunkowe)

K_W02 ma wiedzę z zakresu matematyki, biologii, chemii i fizyki w zakresie niezbędnym do opisu, interpretacji i modelowania podstawowych zjawisk i procesów biologicznych

K_U01 potrafi zastosować wiedzę matematyczną i informatyczną do formułowania, analizowania i rozwiązywania prostych zadań związanych z bioinformatyką

Wiedza

Student zna:

1. Definicję ciała i σ -ciała podzbiorów oraz ich własności; pojęcie σ -ciała generowanego przez rodzinę podzbiorów; pojęcie σ -ciała podzbiorów borelowskich w zbiorze liczb rzeczywistych; pojęcie przestrzeni mierzalnej i funkcji mierzalnej, warunki charakteryzujące mierzalność funkcji rzeczywistej; pojęcie funkcji borelowskiej; definicję miary i jej własności, określenie miary Radona; określenie miary Lebesgue'a na prostej; konstrukcję całki względem miary i całki Lebesgue'a, twierdzenia Lebesgue'a o zbieżności monotonicznej i ograniczonej, lemat Fatou.
2. Definicję przestrzeni probabilistycznej; koncepcję zdarzenia elementarnego i zdarzenia; definicję prawdopodobieństwa i przykłady miar probabilistycznych.
3. Koncepcję prawdopodobieństwa warunkowego i niezależności zdarzeń; wzory na prawdopodobieństwo całkowite i Bayesa; metodę „drzewek”; schemat Bernoulliego.
4. Definicję zmiennej losowej; określenie rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej i jej dystrybuanty; warunki charakteryzujące dystrybuanty; wyodrębnienie rozkładów typu dyskretnego i typu ciągłego; przykłady rozkładów obu typów; pojęcie gęstości prawdopodobieństwa; określenie i metody obliczania wartości oczekiwanej, wariancji, momentów i momentów centralnych.
5. Definicję wektora losowego, jego rozkładu prawdopodobieństwa, dystrybuanty i rozkładów brzegowych; pojęcie rozkładu produktowego; koncepcję pojęcia niezależności zmiennych losowych; określenie i metody obliczania momentów mieszanych, kowariancji, współczynnika korelacji; określenie splotu rozkładów prawdopodobieństwa jako rozkładu sumy niezależnych zmiennych losowych.
6. Definicje funkcji tworzącej i funkcji charakterystycznej rozkładu prawdopodobieństwa i ich własności.
7. Definicje zbieżności zmiennych losowych: z prawdopodobieństwem 1, według prawdopodobieństwa i według rozkładu; zależności między różnymi typami zbieżności; twierdzenia graniczne: prawa wielkich liczb (słabe i mocne), centralne twierdzenie graniczne, twierdzenie graniczne Poissona i ich zastosowania.
8. Określenie własności Markowa i definicję łańcucha Markowa; pojęcie macierzy stochastycznej i macierzy prawdopodobieństw przejść; pojęcie stanu chwilowego i powracającego; twierdzenie o łańcuchach nieprzywiedlnych; definicję rozkładu stacjonarnego.
9. Definicję procesu stochastycznego z czasem dyskretnym i ciągłym; określenie funkcji korelacji; własności procesów stochastycznych: stacjonarność, ergodyczność, własność Markowa; wybrane przykłady i ich własności: procesy Poissona i martyngały.

Umiejętności

Student potrafi:

1. Zbadać, czy dana rodzina podzbiorów jest σ -ciałem; wyznaczyć σ -ciało generowane przez daną skończoną rodzinę zbiorów skończonych; zbadać mierzalność funkcji rzeczywistej określonej na danej przestrzeni mierzalnej; zbadać czy dana funkcja zbioru jest miarą; obliczyć całkę z funkcji prostej względem dowolnej miary.
2. Rozwiązywać zadania dotyczące modelu prawdopodobieństwa klasycznego z wykorzystaniem wzorów kombinatorycznych.
3. Rozwiązywać zadania z wykorzystaniem wzorów na prawdopodobieństwo odwrotne i Bayesa oraz stosować metodę „drzewek”; rozpoznawać w zagadnieniach praktycznych schemat Bernoulliego.
4. Wyznaczać rozkład prawdopodobieństwa i dystrybuantę zmiennej losowej dla przypadków dyskretnych i ciągłych; obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń

związanych ze zmiennymi; obliczać wartość oczekiwaną, wariancję, momenty i momenty centralne zmiennych losowych różnych typów.

5. Wyznaczać rozkład wektora losowego, jego dystrybuantę i rozkłady brzegowe; badać niezależność zmiennych losowych; obliczać momenty mieszane, kowariancję, współczynnik korelacji; wyznaczać splot rozkładów; wyznaczać rozkład funkcji od wektora losowego.
6. Obliczać funkcję tworzącą i funkcję charakterystyczną dla danego rozkładu prawdopodobieństwa.
7. Badać zbieżność zmiennych losowych i określać jej typ w prostych przykładach; rozwiązywać te zadania z zastosowaniem twierdzeń granicznych.
8. Wyznaczać macierz prawdopodobieństw przejść dla danego łańcucha Markowa; badać nieprzywiedlność łańcucha i określać typ łańcucha nieprzywiedlnego; wyznaczać rozkład stacjonarny.
9. Obliczać funkcję korelacji dla prostych procesów stochastycznych; badać stacjonarność i ergodyczność procesu.

Kompetencje społeczne (postawy)**Kontakt**