

Roman J. BUKOWSKI

ZASTOSOWANIE ZESPOLONEJ OPTYKI GEOMETRYCZNEJ DO ANALIZY RÓŻNYCH METOD DETEKCJI W DEFLEKCYJNYCH POMIARACH FOTOTERMICZNYCH

Streszczenie. W pracy przeanalizowano metodami zespolonej optyki geometrycznej wpływ jednowymiarowej płaskiej fali termicznej na zmianę fazy propagującej się prostopadłe do niej sondującej wiązki gaussowskiej. Rozpatrzono detekcję parametrów wiązki sondującej za pomocą fotodiody kwadrantowej, fotodiody z przesłoną krawędziową i z przesłoną szczelinową. Zbadano zależność sygnału prądowego fotodiody od średnicy wiązki sondującej, położenia jej przewężenia oraz od położenia fotodetektora względem próbki.

COMPLEX GEOMETRICAL OPTICS APPLICATION TO DIFFERENT DETECTION METHODS ANALYSIS IN PHOTOTHERMAL DEFELECTIONAL MEASUREMENTS

Summary. The one dimensional plane thermal wave influence on probing gaussian beam phase by complex geometrical optics methods was analysed in the work. The probing beam parameters detection by quadrant photodiode, photodiode with knife or slit diaphragm was investigated. The photodiode current signal dependence on probing beam diameter, their waist position and photodetector position relatively to sample was studied.

1. Wstęp

We współczesnej technice i nauce duże znaczenie posiadają nieniszczące metody badań struktury różnego rodzaju układów warstwowych, i to zarówno pod względem jakościowym, jak i ilościowym. Wśród tych metod istotne znaczenie posiadają metody fototermiczne wykorzystujące różnice w wartościach parametrów cieplnych różnych elementów danego układu warstwowego. Rozkłady wartości tych parametrów oraz rozkład źródeł ciepła (którymi w przypadku badań fototermicznych są elementy absorbujące światło) wynikające ze struktury układu warstwowego determinują rozkład temperatury (statyczny lub dynamiczny) w tym

układzie. Wynika stąd, że rozkład temperatury w układzie zawiera informację o strukturze tego układu.

Niestety, w wielu ważnych praktycznie przypadkach informacja ta jest niedostępna i niemożliwa do uzyskania metodami nieniszczącymi, zwłaszcza w próbkach optycznie nieprzezroczystych. We wszystkich przypadkach realnie dostępna jest temperatura powierzchni próbki. Można ją wyznaczyć różnymi metodami kontaktowymi i bezkontaktowymi. Wśród tych ostatnich często stosowana jest metoda fotodeflekcyjna, która polega na analizie zmiany parametrów gaussowskiej wiązki sondującej (laserowej) propagującej się nad powierzchnią próbki w gazie pozostającym w kontakcie cieplnym z tą próbką. Gaz, ogrzewając się od powierzchni tej próbki, zmienia swój współczynnik załamania dla światła wiązki sondującej, co zmienia jej fazę i/lub kierunek propagacji.

Aktualnie do opisu tego zjawiska opracowano dwie teorie [1, 2]. Pierwsza z nich to teoria promieniowa wykorzystująca prawa klasycznej optyki geometrycznej przewidujące defleksję (odchylenie) promienia świetlnego propagującego się w ośrodku optycznie niejednorodnym. Teoria ta może być stosowana, gdy rozmiary poprzeczne wiązki sondującej są małe w porównaniu z długością tzw. fali termicznej w gazie (czyli dla fal termicznych o małych częstotliwościach). Znane są również uogólnienia tej teorii na przypadek szerokich wiązek sondujących [3, 4]. Uogólnienia te zawierają jednak zbyt wiele uproszczeń lub nieuzasadnionych fizycznie założeń.

Druga z wymienionych teorii jest teorią falową. W pracy tej [2] wyznaczono przybliżone rozwiązania równania falowego dla wiązki sondującej uwzględniające jedynie zmianę jej fazy (tzw. siatka fazowa). Ze względu na skomplikowaną postać ostatecznych formuł wyniki te są raczej rzadko stosowane do analizy pomiarów fototermicznych.

Pełny (tzn. z dowolną dokładnością) opis propagacji wiązki świetlnej w ośrodku optycznie niejednorodnym można uzyskać w ramach optyki geometrycznej z wykorzystaniem tzw. rozwinęcia Debye'a (lub Luneburga-Kleina) – [5÷7]. Odpowiednia analiza wykorzystująca metody zespolonej optyki geometrycznej i uwzględniająca zmiany fazy wiązki sondującej wywołane falami termicznymi została przeprowadzona w [7].

Wszystkie cytowane prace zakładają, że detekcja wiązki sondującej odbywa się za pomocą fotodiody kwadrantowej. Jest to standardowy element tego typu układów pomiarowych. Pozwala określić defleksję tej wiązki w dwóch kierunkach – prostopadłym do próbki (sygnał normalny) i równoległym do próbki (sygnał styczny) jako różnicę oświetleń dwóch odpowiednich połówek fotodiody kwadrantowej. Jednakże często – aby uprościć opis teoretyczny – stosuje się naświetlanie próbki wiązką wymuszającą o szerokości znacznie większej od szerokości wiązki sondującej. Wówczas opis teoretyczny staje się jednowymiarowy i istotne znaczenie ma tylko sygnał normalny. Detekcja tego sygnału może się odbywać również za pomocą zwykłego (nie dzielonego) fotodetektora (fotodiody, fotopowielacz) o dostatecznie szerokiej aperturze w kierunku równoległym do powierzchni próbki. W kierunku normalnym do tej powierzchni apertura fotodetektora może mieć w zasadzie dowolną szerokość.

kość. W niniejszej pracy przeanalizowano – oprócz tradycyjnej detekcji z fotodiodą kwadrantową – detekcję ostrzową (ostrze–przesłona zasłania bliższą próbkę połowę wiązki sondującej) oraz detekcję szczelinową (szczelina o szerokości znacznie mniejszej od średnicy wiązki sondującej równoległa do powierzchni próbki). Szczególnie w tym ostatnim przypadku uzyskuje się znaczne uproszczenie wyrażań na sygnał normalny.

2. Równania optyki geometrycznej

myślenie zakłócone

Informacja o rozkładzie natężenia światła w monochromatycznej wiązce świetlnej o częstotliwości ω propagującej się w danym ośrodku zawarta jest w równaniu Helmholtza (wraz z odpowiednimi warunkami brzegowymi):

$$\Delta u(\vec{r}) + k_0^2 s(\vec{r}) u(\vec{r}) = 0, \quad (1)$$

gdzie

$$k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad \varepsilon(\vec{r}) = n^2(\vec{r}). \quad (2)$$

We wzorach tych c oznacza prędkość światła w próżni, natomiast ε i n odpowiednio przenikalność dielektryczną względną i współczynnik załamania ośrodka. Podstawowe rozwiązania równania (1) dla ośrodka jednorodnego o współczynniku załamania n_0 są dobrze znane. Przykładowo, rozwiązanie w postaci fali płaskiej można zapisać w postaci:

$$u(\vec{r}) = A e^{i\Psi(\vec{r})}, \quad \Psi(\vec{r}) = k_0 n_0 \vec{r} \cdot \vec{e}_k, \quad (3)$$

gdzie $\vec{e}_k$ oznacza wektor jednostkowy w kierunku propagacji fali.

W przypadku ogólnym (dowolna fala, dowolny ośrodek) w ramach optyki geometrycznej rozwiązań równania (1) poszukuje się w postaci:

$$u(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp(i\Psi(\vec{r})), \quad \Psi(\vec{r}) = k_0 \psi(\vec{r}), \quad (4)$$

gdzie

$$A(\vec{r}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m(\vec{r})}{(ik_0)^m}. \quad (5)$$

Powyższe rozwinięcie amplitudy fali na "amplitudy cząstkowe" nosi nazwę rozwinięcia Debye'a lub rozwinięcia Luneburga–Kleina. Szereg (5) jest tym szybciej zbieżny, im większą wartość ma liczba falowa k_0 . Po podstawieniu założonej postaci rozwiązania do równania Helmholtza (1) otrzymujemy układ równań różniczkowych dla amplitud A_m :

$$\begin{cases} (\vec{\nabla} \psi)^2 = n^2 \\ 2(\vec{\nabla} A_0) \circ (\vec{\nabla} \psi) + A_0 \Delta \psi = 0 \\ 2(\vec{\nabla} A_1) \circ (\vec{\nabla} \psi) + A_1 \Delta \psi = -\Delta A_0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ 2(\vec{\nabla} A_m) \circ (\vec{\nabla} \psi) + A_m \Delta \psi = -\Delta A_{m-1} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{cases} \quad (6)$$

Pierwsze z tych równań nosi nazwę równania eikonału, a pozostałe równań transportu odpowiednio zerowego, pierwszego itd. rzędu.

Warunki brzegowe dla równania Helmholtza mają postać rozkładu wartości amplitudy fali $u = u^0(\xi, \eta)$ zadanego na pewnej powierzchni Q , określonej np. parametrycznie równaniem

$$\vec{r} = \vec{r}^0(\xi, \eta), \quad \text{niepłaskie zderzone} \quad (7)$$

gdzie ξ i η oznaczają współrzędne na powierzchni Q (w ogólności krzywoliniowe). Aby warunki te przenieść na grunt optyki geometrycznej, należy funkcję $u^0(\xi, \eta)$ rozwinąć w szereg Debye'a:

$$u^0(\xi, \eta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m^0(\xi, \eta)}{(ik_0)^m} \exp(ik_0 \psi^0(\xi, \eta)). \quad (8)$$

Stąd:

$$\psi|_Q = \psi^0(\xi, \eta), \quad A_m|_Q = A_m^0(\xi, \eta). \quad (9)$$

3. Wiązka gaussowska w ośrodku optycznie jednorodnym

Z pracy [6] wynika, że rozkład pola elektrycznego w wiązce gaussowskiej o promieniu a (tzw. natężeniowym) i długości fali λ (liczbie falowej $k = 2\pi/\lambda$) propagującej się w ośrodku jednorodnym o współczynniku załamania światła n_0 można zapisać w postaci:

$$u(x, y, z) = A_0(\vec{r}) \exp(ik\psi_0(\vec{r})), \quad (10)$$

gdzie

$$A_0(\vec{r}) = E_0 \left(1 + \frac{i(z-L)}{ka^2 n_0} \right)^{-1}, \quad (11)$$

$$\psi_0(\vec{r}) = (z-L)n_0 + i \frac{x^2 + y^2}{2ka^2} \left(1 + \frac{i(z-L)}{ka^2 n_0} \right)^{-1}. \quad (12)$$

Wiązka „wchodzi” do układu w płaszczyźnie $z = 0$ i propaguje się w dodatnim kierunku osi OZ , a jej przewężenie znajduje się w płaszczyźnie $z = L$. E_0 oznacza natężenie pola elektrycznego w środku przewężenia. Wielkość ψ_0 nazywamy eikonalem fali, a A_0 jej amplitudą (zerowego rzędu). Współrzędne promienia wiązki $\vec{r}(\tau) = [x(\tau), y(\tau), z(\tau)]$ wyznaczają równania:

$$\begin{aligned} x(\tau) &= \xi + \frac{i\xi}{ka^2} \left(1 - \frac{iL}{ka^2 n_0}\right)^{-1} \tau, \quad y(\tau) = \eta + \frac{i\eta}{ka^2} \left(1 - \frac{iL}{ka^2 n_0}\right)^{-1} \tau, \\ z(\tau) &= \tau \sqrt{n_0^2 + \frac{(\xi^2 + \eta^2)}{(ka^2)^2} \left(1 - \frac{iL}{ka^2 n_0}\right)^{-2}}. \end{aligned} \quad (13)$$

We wzorach tych $[\xi, \eta]$ oznaczają współrzędne punktu wyjścia promienia z płaszczyzny $z = 0$ (XY), a τ jest współrzędną biejącą (w ogólności zespoloną) wzdłuż promienia. Promień biegnie w 6-wymiarowej przestrzeni zespolonej i staje się widoczny w „naszej” rzeczywistej przestrzeni trójwymiarowej, gdy wszystkie urojone części jego współrzędnych znikają. Aby określić parametry wiązki w zadanym punkcie obserwacji $\vec{r}_D = [x_D, y_D, z_D]$ (np. punkt w płaszczyźnie detekcji), należy wyznaczyć wszystkie promienie docierające do tego punktu - wymaga to rozwiązania układu równań (13) względem zmiennych „promieniowych” $[\xi, \eta, \tau]$ (tzw. zagadnienie odwrotne optyki geometrycznej). Niestety, układ (13) jest układem nieliniowym. Po linearyzacji jego rozwiązanie można zapisać w postaci:

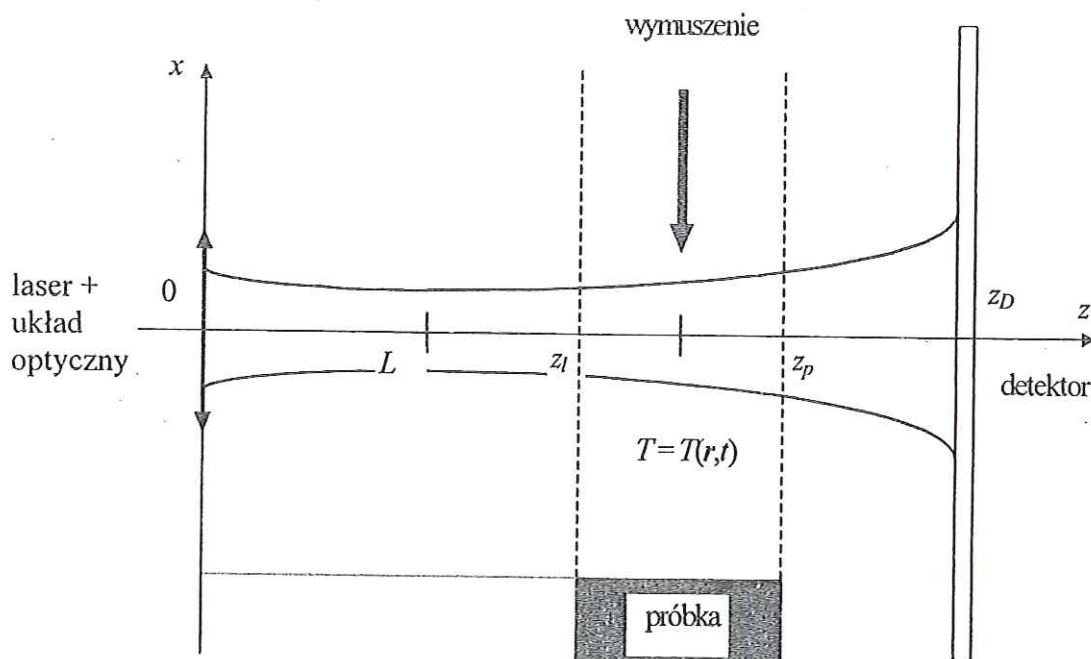
$$\begin{aligned} \tau_D &\cong \frac{z_D}{n_0} \left[1 - \frac{(\xi^2 + \eta^2)}{2(ka^2 n_0)^2} \left(1 - \frac{iL}{ka^2 n_0}\right)^{-2} \right] \cong \frac{z_D}{n_0}, \\ \xi &\cong x_D \left[1 + \frac{iz_D}{ka^2 n_0} \left(1 - \frac{iL}{ka^2 n_0}\right)^{-1} \right]^{-1}, \quad \eta \cong y_D \left[1 + \frac{iz_D}{ka^2 n_0} \left(1 - \frac{iL}{ka^2 n_0}\right)^{-1} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Dla takiego przybliżenia mamy szczególnie prostą sytuację – do każdego punktu obserwacji dociera tylko jeden promień. Równania (14) określają dokładnie punkt startu promienia (ξ, η) , gdy zadany jest punkt jego obserwacji (x_D, y_D, z_D) . Współrzędna τ nie jest określona jednoznacznie – zadane są jedynie jej wartości początkowa (zero) oraz końcowa (τ_D). Te punkty na płaszczyźnie zespolonej można połączyć na nieskończenie wiele sposobów. Niejednoznaczność ta nie wpływa na końcowe wyniki, które zależą tylko od współrzędnych punktu obserwacji.

Na zakończenie należy podkreślić, że wyrażenie (10) łącznie z wyrażeniami (11) i (12) daje dokładnie taki sam opis wiązki gaussowskiej, jaki się otrzymuje poprzez rozwiązanie odpowiedniego równania falowego w przybliżeniu tzw. promieni przyosiowych (por. np. [8]).

4. Wiązka gaussowska w ośrodku z falą termiczną

Rozpatrzmy schemat standardowego układu doświadczalnego do badań fototermicznych ciał stałych z zastosowaniem detekcji fotodeflekcyjnej (rys. 1.) – por. np. [6]. Wymuszająca, zmodulowana wiązka światła pada na próbkę i dostarcza jej periodycznie określony strumień energii. W wyniku tego próbka i otaczający ją gaz (np. powietrze) ogrzewają się i w stanie ustalonym mamy do czynienia z okresowymi w czasie i przestrzeni zmianami temperatury,



Rys. 1. Schemat układu eksperymentalnego do badań fototermicznych ciał stałych z detekcją fotodeflekcyjną. Obszar nagrzewanego gazu ma szerokość $\Delta z = z_p - z_l$ i jego lewy brzeg znajduje się w odległości z_l od początku układu („wejście” wiązki świetlnej). Zakładamy, że wzdłuż osi OY szerokość obszaru nagrzewanego jest znacznie większa od średnicy wiązki świetlnej. Wiązka świetlna ma promień a w przewężeniu znajdującym się w odległości L od jej „wejścia”. Ekran (detektor) znajduje się w odległości z_D od „wejścia”

Fig. 1. The experimental setup scheme for solid state investigation by photothermal method with photodeflectional detection. The gas heated region have the width $\Delta z = z_p - z_l$ and its left edge distance from the setup beginning (light beam “input”) is equal z_l . We assume that the heated region width along the OY axis is more greater then the probing light beam diameter. The light beam radius in their waist is equal a and it is placed at distance L from the “input”. The screen (detector) is placed at distance z_D from the light beam “input”

które noszą nazwę fal termicznych. Fale termiczne wywołują zmiany współczynnika załamania światła w gazie, co jest przyczyną modyfikacji parametrów sondującej wiązki świetlnej.

W pierwszym przybliżeniu możemy przyjąć, że

$$n(T) = n_0 + \left. \frac{dn}{dT} \right|_{T_0} (T - T_0) = n_0 + n_0 s_T (T - T_0), \quad T_0 = \text{const}(\vec{r}), \quad (15)$$

gdzie n_0 oznacza współczynnik załamania gazu w temperaturze T_0 , a $s_T = (dn(T_0)/dT)/n_0$ jest temperaturową czułością współczynnika załamania światła. W tej sytuacji przenikalność dielektryczna ośrodka w obszarze o zmienionej temperaturze wyraża się wzorem

$$\varepsilon(T) \cong n^2(T) + 2n_0^2 s_T (T(\vec{r}) - T_0) = n_0^2 + \nu(\vec{r}). \quad (16)$$

Zmiany w wiązce sondującej wyrażają się oczywiście poprzez ν .

W celu wyznaczenia zmian w rozkładzie natężenia pola elektrycznego w wiązce sondującej w wielu przypadkach można zastosować rachunek zaburzeń dla promieni [6, 9]. Poprawka do toru promienia wyraża się wzorem

$$\vec{r}_1(\tau) = \vec{r}_1^0 + \vec{p}_1^0 \tau + \int_0^\tau (\tau - \tau') \frac{1}{2} \vec{\nabla} \nu(\vec{r}_0(\tau')) d\tau', \quad (17)$$

gdzie całkowanie przeprowadza się wzdłuż niezaburzonego promienia (równania (13) i (14)). Wielkości $\vec{r}_1^0$ i $\vec{p}_1^0$ wyznacza się z warunków początkowych. Zmiana toru promienia pociąga za sobą zmianę amplitudy natężenia pola elektrycznego wzdłuż tego promienia. Zmiana ta wyraża się wzorem

$$A(\tau) = A_0(\tau=0) \left[\frac{D(0)}{D(\tau)} \right]^{1/2}, \quad (18)$$

gdzie A_0 określa równanie (11) oraz

$$D(\tau) = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \tau)} \quad (19)$$

jest jacobianem przejścia od zmiennych kartezjańskich (x, y, z) do zmiennych promieniowych (ξ, η, τ) .

Z kolei **eikonał (fazę) wiązki sondującej daje wyrażenie**

$$\psi(\tau) = \psi_0(\tau) + \psi_1(\tau) = \psi_0(\tau) + \frac{1}{2} \int_0^\tau \nu(\vec{r}_0(\tau') + \vec{r}_1(\tau')) d\tau'. \quad (20)$$

*niepotrzebnie
zaburzone*

Tutaj całkowanie odbywa się wzdłuż poprawionego toru promienia.

Ostatecznie rozkład natężenia pola elektrycznego wiązki sondującej na powierzchni fotodetektora (fotodiody kwadrantowej) otrzymujemy w postaci

$$u(\vec{r}_D) = A(\vec{r}_D) \exp[ik\psi(\vec{r}_D)], \quad (21)$$

co pozwala wyliczyć rozkład natężenia na tym fotodetektorze:

$$I(\vec{r}_D) \propto |u(\vec{r}_D)|^2. \quad (22)$$

Należy podkreślić, że w prostszej wersji rachunku zaburzeń można pominąć zmiany toru promienia i uwzględnić tylko zmiany fazy w wiązce sondującej (analogicznie jak w pracy [2]). Wówczas całkowanie w (20) należy przeprowadzić wzdłuż niezaburzonego promienia. W dalszej części pracy uwzględniono taką właśnie sytuację.

Konkretne obliczenia zależą od postaci zaburzenia przenikalności dielektrycznej (16) powietrza, w którym propaguje się wiązka sondująca. Zaburzenia te z kolei w rozpatrywanym przypadku są zdeterminowane przez pole temperatury. Postać rozkładu temperatury w gazie

nad próbką zależy od wielu szczegółów układu pomiarowego, które przejawiają się w odpowiednich warunkach granicznych. W prezentowanej pracy rozpatrzono modelową sytuację opartą na następujących założeniach (por. rys. 1.): 1° - próbka jest równomiernie oświetlana na całej powierzchni wiązką modulowaną harmonicznym z częstotliwością kołową Ω , 2° - pochłanianie wiązki wymuszającej zachodzi na powierzchni próbki, tzn. strumień energii dostarczany do powierzchni próbki wynosi $q = q_0[1 - G \cos(\Omega t)]$, gdzie q_0 oznacza średnią wartość strumienia, a $G \in (0, 1)$ jest głębokością modulacji; 3° - warstwę gazu nad próbką można uważać za półnieskończoną; 4° - zaniedbujemy zmiany temperatury w obszarach nie leżących bezpośrednio nad próbką; 5° - na oświetlonej powierzchni próbki obowiązują warunki ciągłości dla temperatury i gęstości strumienia ciepła; 6° - na nieoświetlonej powierzchni próbki temperatura jest stała i równa temperaturze otoczenia (T_0). Dla takich założeń ustalony rozkład temperatury w gazie bezpośrednio nad próbką (tzn. w obszarze $x_D > 0$, $-\infty < y_D < +\infty$, $z_l < z < z_p$) ma postać (por. [9, 10])

$$T(x, z) - T_0 = \mathcal{G}(x) = \left[\mathcal{G}_g + \theta_g e^{-\sqrt{\frac{\Omega}{2\kappa_g}}(x+h)} \cos\left(\Omega t - \sqrt{\frac{\Omega}{2\kappa_g}}(x+h) + \gamma_g\right) \right] H[(z - z_l)(z_p - z)], \quad (23)$$

gdzie zastosowano następujące oznaczenia: κ_g - dyfuzyjność termiczna gazu; $\mathcal{G}_g$ - stałe podwyższenie temperatury gazu; θ_g - amplituda zmian temperatury na powierzchni próbki; γ_g - przesunięcie fazowe między temperaturą powierzchni próbki a wiązką wymuszającą; $H(s)$ - funkcja Heaviside'a. Z wyrażenia (23) wynikają wszystkie podstawowe własności fal termicznych - są to fale silnie tłumione (współczynnik tłumienia jest równy ich liczbie falowej), a także o silnej dyspersji. Nawet jeżeli pobudzenie ośrodka nie jest ściśle harmoniczne, to w dostatecznej odległości od jego powierzchni w widmie zaburzenia termicznego pozostaje tylko składowa podstawowa. Parametry θ_g i γ_g zależą od częstotliwości modulacji Ω i innych parametrów eksperymentu, a także od własności cieplnych próbki. Zasadniczym celem pomiarów fototermicznych jest wyznaczenie tych własności. Odpowiednie zależności są znane, lecz nie są one tutaj przytaczane, gdyż ich analiza nie jest celem tej pracy. Ponadto zależności te są słuszne tylko dla konkretnego typu próbek, natomiast wyrażenie (23) ma sens nieco ogólniejszy (mimo dość szczegółowych założeń omówionych powyżej).

Zmiana eikonu wiązki gaussowskiej na podstawie równań (16) i (20) może być zapisana w postaci:

$$\psi_1(\tau) = n_0^2 s_T \int_0^\tau \mathcal{G}(x(\tau'), z(\tau')) d\tau', \quad (24)$$

gdzie

$$\mathcal{G}(x, z) = \left[\mathcal{G}_g + b_g e^{-\sqrt{\frac{\Omega}{2\kappa_g}}x} \cos\left(\Omega t - \sqrt{\frac{\Omega}{2\kappa_g}}x + \varphi_g\right) \right] H[(z - z_l)(z_p - z)] \quad (25)$$

oraz $b_g = \theta_g \exp[-h(\Omega/(2\kappa_g))^{1/2}]$, $\varphi_g = \gamma_g - h(\Omega/(2\kappa_g))^{1/2}$. Całkowanie w (24) odbywa się wzdłuż niezaburzonego promienia, czyli z wykorzystaniem równań (13) i (14). Stosując (w celu uproszczenia postaci końcowych wyrażeń) całkowanie przybliżone metodą punktu środkowego otrzymujemy:

$$\psi_1(\tau) = [n_0^2 s_T \vartheta_g + \psi_{1f}] \tau_{pl}, \quad (26)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \psi_{1f} &= n_0^2 s_T b_g \exp(-k_g x_{0s}) \cos(\Omega t - k_g x_{0s} + \varphi_g), \\ x_{0s} = x(\tau_s) &= x_D \left[1 + i \frac{\tau_s}{ka^2} \left(1 - i \frac{L}{a_c} \right)^{-1} \right] \left[1 + i \frac{z_D}{a_c} \left(1 - i \frac{L}{a_c} \right)^{-1} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\tau_s = \frac{1}{2} [(\tau + \tau_l)H(\tau - \tau_l) - (\tau - \tau_p)H(\tau - \tau_p)], \quad (28)$$

$$\tau_{pl} = [(\tau - \tau_l)H(\tau - \tau_l) - (\tau - \tau_p)H(\tau - \tau_p)]. \quad (29)$$

W ramach przyjętych przybliżeń zmiany współczynnika załamania nie powodują zmiany amplitudy fali wzdłuż promienia. Oznacza to, że amplituda fali rozpatrywanej wiązki gaussowskiej w płaszczyźnie fotodetektora ma postać

$$A(\vec{r}_D) \cong A_0(z_D), \quad (30)$$

gdzie A_0 wyraża równanie (11). Natomiast fazę fali możemy zapisać w postaci

$$\psi(\vec{r}_D) \cong \psi_0(\vec{r}_D) + \psi_1(\vec{r}_D), \quad (31)$$

gdzie ψ_0 i ψ_1 określają równania (12) i (26). W tej sytuacji rozkład pola elektrycznego w płaszczyźnie detekcji wiązki sondującej ma postać

$$u(\vec{r}_D) \cong A_0(z_D) \exp[ik(\psi_0(\vec{r}_D) + \psi_1(\vec{r}_D))], \quad (32)$$

co prowadzi do następującego wyrażenia na natężenie tej wiązki:

$$I(\vec{r}_D) \propto |u(\vec{r}_D)|^2 \cong |A_0(z_D) \exp[ik(\psi_0(\vec{r}_D))]|^2 \exp[-2k\psi_{1f}(\vec{r}_D)\tau_{pl}]. \quad (33)$$

W ostatnim wzorze uwzględniono, że poprawka do fazy jest wielkością zespoloną, tzn. $\psi_{1f} = \psi_{1R} + i\psi_{1I}$. Uwzględniając ponadto, że pierwszy czynnik we wzorze (33) prowadzi do natężenia niezaburzonej wiązki gaussowskiej I_{0g} oraz że $|2k\psi_{1I}\tau_{pl}| \ll 1$, otrzymujemy ostatecznie

$$I(\vec{r}_D) = I_{0g}(\vec{r}_D) - 2k\psi_{1R}(\vec{r}_D)\tau_{pl}I_{0g}(\vec{r}_D) = I_{0g}(\vec{r}_D) + I_V(\vec{r}_D). \quad (34)$$

5. Sygnał normalny z fotodiody kwadrantowej

Znajomość rozkładu natężenia w wiązce sondującej pozwala obliczyć sygnał prądowy z fotodiody kwadrantowej wynikający z różnicy oświetlenia jej połówek górnej i dolnej, a mianowicie:

$$S_{nk} = K_d \int_{-\infty}^{+\infty} dy_D \left(\int_0^{+\infty} I(\vec{r}_D) dx_D - \int_{-h}^0 I(\vec{r}_D) dx_D \right), \quad (35)$$

gdzie K_d oznacza stałą fotodetektora. W wyrażeniu (14) uwzględniono, że dolna połówka fotodetektora jest częściowo przesłonięta przez próbkę (w obszarze $-\infty < x_D < -h$). Pomiarowi metodą homodynową podlega jedynie składnik I_V . Uwzględniając to we wzorze (35) otrzymujemy

$$S_{nk} = 2K_d \operatorname{Im} \left[\int_0^{+\infty} k \psi_{1f}(\vec{r}_D) \tau_{pl} I_{0x}(\vec{r}_D) dx_D - \int_{-h}^0 k \psi_{1f}(\vec{r}_D) \tau_{pl} I_{0x}(\vec{r}_D) dx_D \right], \quad (36)$$

gdzie

$$I_{0x}(\vec{r}_D) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{0g}(\vec{r}_D) dy_D = I_m e^{-\kappa_D^2},$$

$$I_m = \frac{a_c P_l}{\sqrt{\pi} a \sqrt{a_c^2 + (L - z_D)^2}}, \quad f = \frac{a_c^2}{a^2 [a_c^2 + (L - z_D)^2]}. \quad (37)$$

P_l w ostatnim wzorze oznacza całkowitą moc niezaburzonej wiązki sondującej. (We wzorze (36) występuje ψ_{1f} , a nie ψ_{1g} . Wynika to stąd, że korzystniej jest całkować wyrażenia zespolone, gdyż uzyskuje się wówczas bardziej zwarte wyrażenia końcowe.) Aby obliczyć wielkość S_{nk} zauważmy, że dla $\tau > \tau_p$

$$\psi_{1f}(\vec{r}_D) \tau_{pl} \cong n_0^2 s_T b_g (\tau_p - \tau_l) \exp(-C_x x_D) \cos(\Omega t - C_x x_D + \varphi_g) =$$

$$\frac{1}{2} n_0^2 s_T b_g (\tau_p - \tau_l) e^{-iC_x x_D} \left[e^{i(\Omega t + \varphi_g)} e^{-iC_x x_D} + e^{-i(\Omega t + \varphi_g)} e^{iC_x x_D} \right], \quad (38)$$

gdzie

$$C_x = k_g \left[1 + \frac{iz_s}{a_c} \left(1 - \frac{iL}{a_c} \right)^{-1} \right] \left[1 + \frac{iz_D}{a_c} \left(1 - \frac{iL}{a_c} \right)^{-1} \right]^{-1}. \quad (39)$$

Po obliczeniu odpowiednich całek mamy

$$S_{nk} = A_k \cos(\Omega t + \varphi_g - \varphi_k), \quad (40)$$

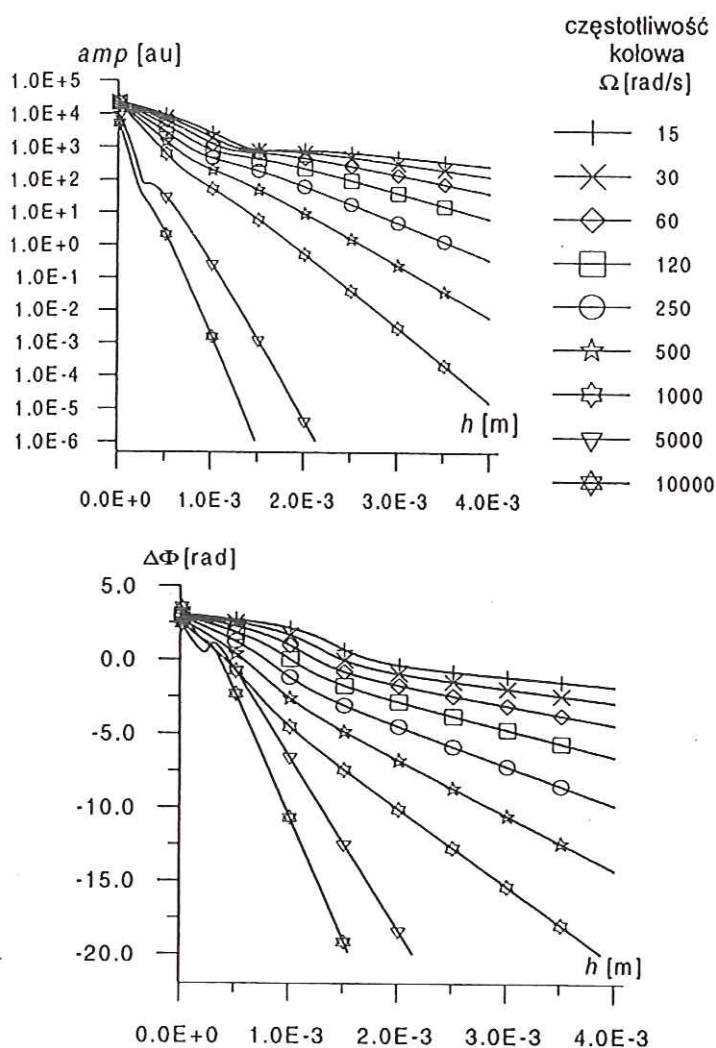
gdzie:

$$A_k = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{f}} K_d n_0^2 s_T b_g k I_m (z_p - z_l) \sqrt{(F_{1l} + F_{2l})^2 + (F_{2R} - F_{1R})^2}, \quad (41)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{F_{2R} - F_{1R}}{-(F_{1l} + F_{2l})}, \quad (42)$$

$$F_1 = \exp \left[\left(\frac{1+i}{2\sqrt{f}} C_x \right)^2 \right] \left[1 - 2 \operatorname{erf} \left(\frac{1+i}{2\sqrt{f}} C_x \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1+i}{2\sqrt{f}} C_x - h\sqrt{f} \right) \right] = F_{1R} + iF_{1l}, \quad (43)$$

$$F_2 = \exp \left[\left(\frac{1-i}{2\sqrt{f}} C_x \right)^2 \right] \left[1 - 2 \operatorname{erf} \left(\frac{1-i}{2\sqrt{f}} C_x \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1-i}{2\sqrt{f}} C_x - h\sqrt{f} \right) \right] = F_{2R} + iF_{2l}. \quad (44)$$



Rys. 2. Zmiana amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą wysokości wiązki sondującej nad próbką dla różnych częstotliwości modulacji. Promień wiązki sondującej wynosi $80\ \mu\text{m}$. Wartości pozostałych parametrów były następujące: $z_l = 0.600\ \text{m}$, $z_p = 0.605\ \text{m}$, $z_D = 1.5\ \text{m}$, $L = 0.5\ \text{m}$, $\lambda = 636\ \text{nm}$ (laser He-Ne) (por. rys. 1)

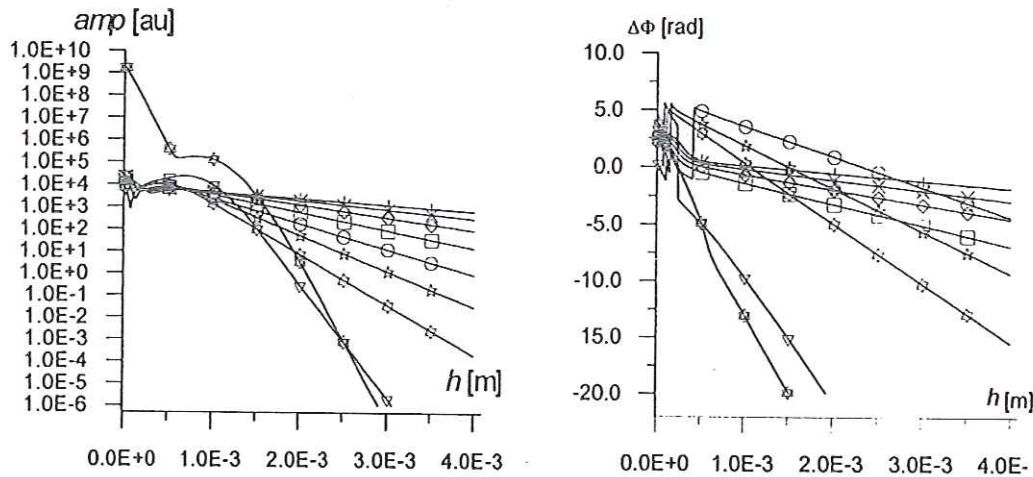
Fig. 2. The quadrant photodiode signal amplitude and additional phase shift changes relatively to probing beam height over the sample. Probing beam radius is equal $80\ \mu\text{m}$. Other parameters values are given above

W powyższych wzorach $\text{erf}(\zeta)$ oznacza tzw. funkcję błędu (całkę prawdopodobieństwa).

Wyniki analityczne zostały zilustrowane wykresami przedstawiającymi zależność amplitudy sygnału z fotodiody kwadrantowej A_k ($= amp$ [au]) oraz jego dodatkowego przesunięcia fazowego φ_k ($= \Delta\Phi$ [rad]) w funkcji różnych parametrów układu pomiarowego.

Standardowo w pomiarach fototermicznych zdejmuje się charakterystyki $A_k(h)$ i $\varphi_k(h)$. Przebieg krzywych przedstawionych na rys. 2 jest w wielu wypadkach jakościowo zgodny z eksperymentem (por. np. [11]). Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że przebieg tych krzywych silnie zależy od średnicy wiązki sondującej. Efekt ten można dobrze zobaczyć na rys. 3.

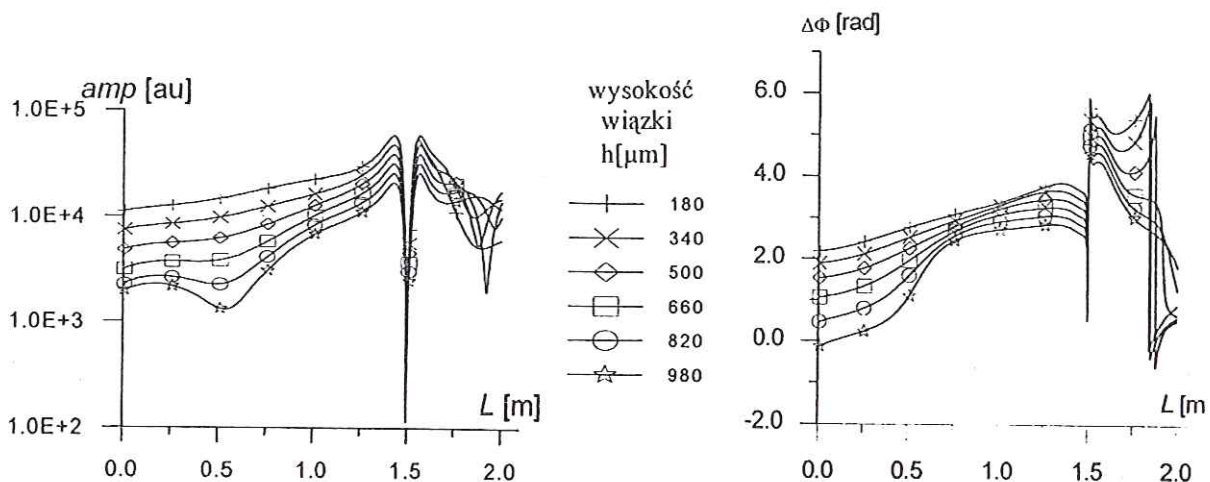
Szczególnie interesująca jest zależność $A_k(L)$. Jak widać na rys. 4, maksymalną wartość sygnału uzyskuje się, gdy przewężenie wiązki sondującej znajduje się tuż przed lub tuż za fotodetektorem. Jest to w sprzeczności ze standardowym „wyobrażeniem”, że przewężenie powinno się znajdować nad próbką.



Rys. 3. Jak na rys. 2 dla średnicy wiązki równej $380 \mu\text{m}$
 Fig. 3. As in Fig. 2 for the beam radius $380 \mu\text{m}$

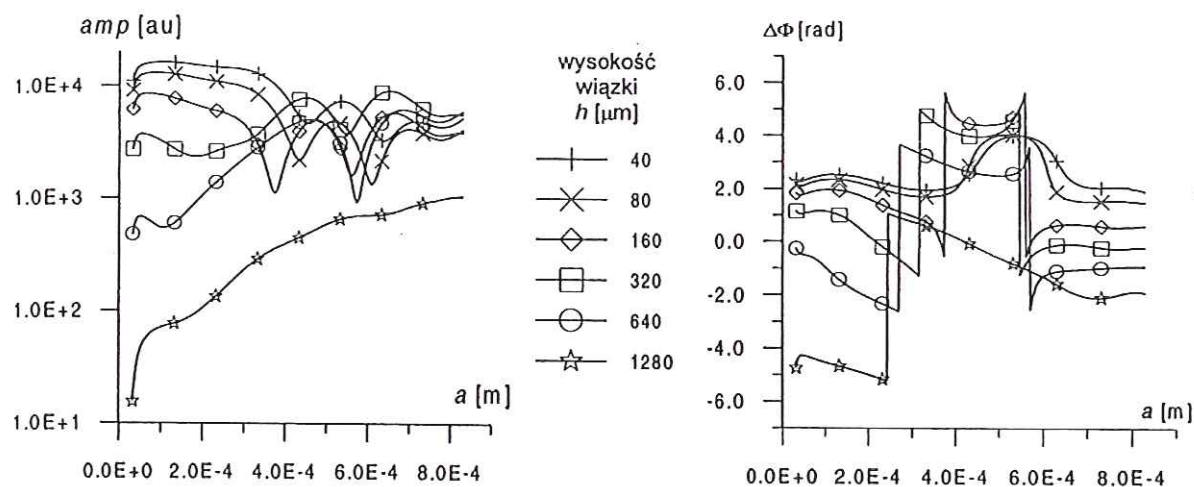
Konieczność właściwego doboru średnicy wiązki sondującej oprócz rys. 3 ilustruje także rys. 5. Z tego rysunku wynika także, że na ogół nie jest wymagane silne skupianie wiązki sondującej w obszarze nad próbką, stosowane zazwyczaj w standardowych układach pomiarowych.

Na zaprezentowanych wykresach zmian fazy sygnału fototermicznego z fotodiody kwadrantowej widoczne są pewne „nieciągłości”. Są one spowodowane „częściowym” normowaniem fazy sygnału do przedziału $(0, 2\pi)$.



Rys. 4. Zmiana amplitudy i dodatkowego przesunięcia fazowego sygnału z fotodiody kwadrantowej wraz ze zmianą położenia przewężenia wiązki sondującej dla różnych wysokości tej wiązki nad próbką i częstotliwości kołowej modulacji 60 rad/s . Pozostałe parametry jak na rys. 2

Fig. 4. The quadrant photodiode signal amplitude and additional phase shift changes versus the probing beam waist position for different beam height and modulation angular frequency 60 rad/s . Other parameters as in Fig. 2



Rys. 5. Zależność sygnału normalnego z fotodiody kwadrantowej od promienia (natężeniowego) wiązki sondującej w jej przewężeniu dla częstotliwości kołowej modulacji 600 rad/s (pozostałe parametry jak na rys. 2)

Fig. 5. The quadrant photodiode normal signal dependence on the probing beam intensity radius in their waist for modulation angular frequency 600 rad/s (other parameters as in Fig. 2)

6. Sygnał normalny w detekcji krawędziowej

Detekcja krawędziowa (ostrzowa) polega na przesłonięciu części wiązki sondującej przez nieprzeźroczystą przesłonę umieszczoną między próbką a fotodetekтором. Sygnał normalny otrzymuje się wówczas, gdy krawędź przesłony jest równoległa do powierzchni próbki. Zakładając, że powierzchnia fotodetektora jest dostatecznie duża, można wyrażenie na ten sygnał zapisać w postaci

$$S_{no} = K_d \int_{-\infty}^{+\infty} dy_D \int_{x_k}^{+\infty} I(\vec{r}_D) dx_D, \quad (45)$$

gdzie x_k oznacza położenie krawędzi przesłony. Położenie to można w zasadzie wybrać dowolnie, lecz dalsze obliczenia wykonano dla $x_k = 0$. Od strony matematycznej różnica między wzorami (35) (detekcja „kwadrantowa”) i (45) (detekcja „krawędziowa”) polega na tym, że drugi z nich zawiera jedną całkę mniej i w efekcie daje prostsze wyrażenia końcowe. Ostatecznie, analityczna postać sygnału jest następująca:

$$S_{no} = A_o \cos(\Omega t + \varphi_g - \varphi_o), \quad (46)$$

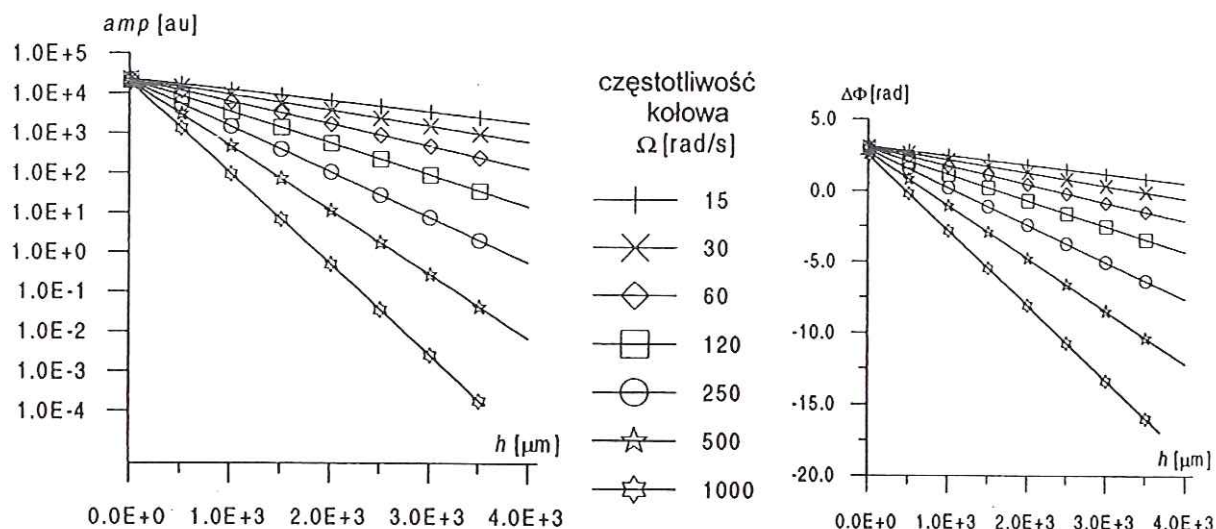
gdzie:

$$A_o = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{f}} K_d n_0^2 s_T b_g k l_m (z_p - z_l) \sqrt{(F_{10I} + F_{20I})^2 + (F_{20R} - F_{10R})^2}, \quad (47)$$

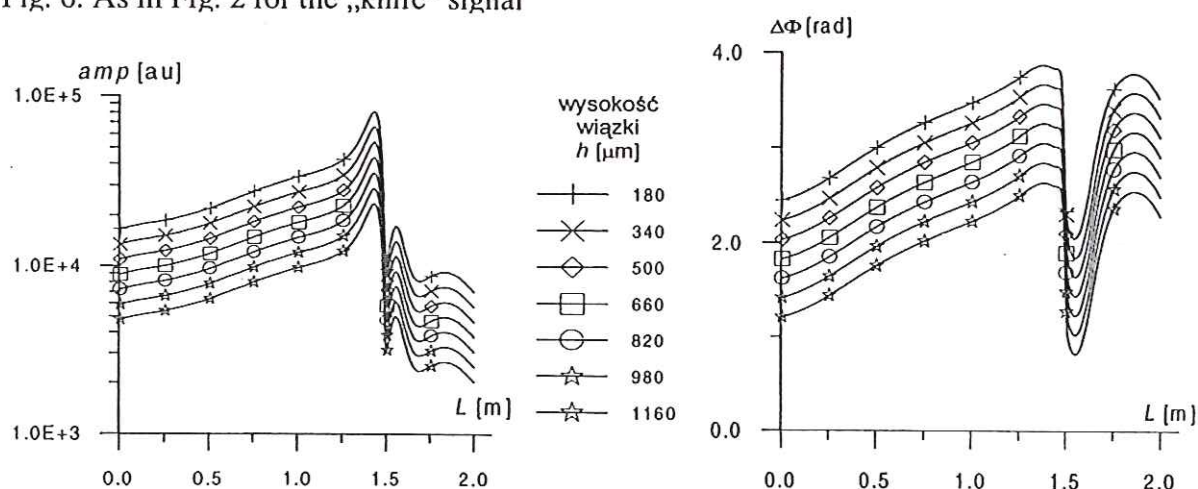
$$\tan \varphi_o = \frac{F_{20R} - F_{10R}}{-(F_{10I} + F_{20I})}, \quad (48)$$

$$F_{10} = F_1(h=0) = F_{10R} + iF_{10I}, \quad F_{20} = F_2(h=0) = F_{20R} + iF_{20I} \quad (49)$$

Na rys. 6 i 7 przedstawiono zależność wielkości A_o ($=amp$ [au]) i ϕ_o ($=\Delta\Phi$ [rad]) od wysokości wiązki nad próbką oraz położenia jej przewężenia. We wszystkich przypadkach



Rys. 6. Jak na rys. 2 dla sygnału „krawędziowego”
Fig. 6. As in Fig. 2 for the „knife” signal



Rys. 7. Jak na rys. 4 dla detekcji „krawędziowej”
Fig. 7. As in Fig. 4 for „knife” detection

przyjęto, że przesłona znajduje się tuż przed fotodetektorem i nie uwzględniono dyfrakcji na jej krawędzi. Na wszystkich wykresach widać znaczne „uproszczenie” (wygładzenie) przebiegu analizowanych zależności. Jest to ważne, gdyż dzięki temu łatwiej wyznaczyć temperaturę na powierzchni próbki. Należy podkreślić, że w tym przypadku sygnał słabo zależy od promienia wiązki sondującej oraz od położenia fotodetektora. Oznacza to, że łatwiej w sposób optymalny skonfigurować stanowisko pomiarowe.

7. Sygnał normalny w detekcji szczelinowej

Kolejne uproszczenie postaci analitycznej sygnału otrzymujemy w przypadku detekcji „szczelinowej”, tzn. gdy z wiązki sondującej zostanie wycięta jej niewielka część za pomocą szczeliny o szerokości s znacznie mniejszej od jej promienia w przewężeniu. Sygnał normalny uzyskuje się, gdy szczelina jest równoległa do powierzchni próbki. W takiej konfiguracji zbędne staje się kolejne całkowanie rozkładu natężenia światła po powierzchni fotodetektora, to znaczy

$$S_{ns} = K_d s \int_{-\infty}^{+\infty} I(\vec{r}_D) dy_D, \quad (50)$$

Ostatecznie sygnał wyraża się wzorem

$$S_{ns} = A_s \cos(\Omega t + \varphi_g - \varphi_s), \quad (51)$$

gdzie:

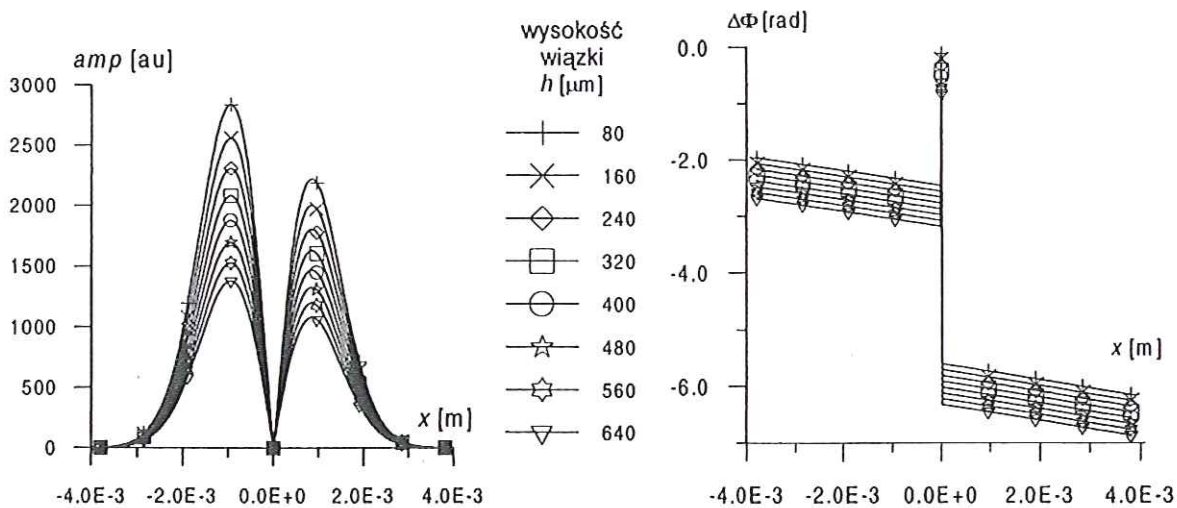
$$A_s = \frac{1}{2} K_d n_0^2 s_T b_g k I_m (z_p - z_l) s e^{-\kappa_b^2} \sqrt{e^{2m} + e^{2p} - 2e^{m-p} \cos(m-p)}, \quad (52)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_s = \frac{e^m \cos p - e^{-p} \cos m}{e^m \sin p + e^{-p} \sin m}, \quad (53)$$

$$p = (C_{xl} - C_{xR})x_D, \quad m = -(C_{xl} + C_{xR})x_D, \quad (54)$$

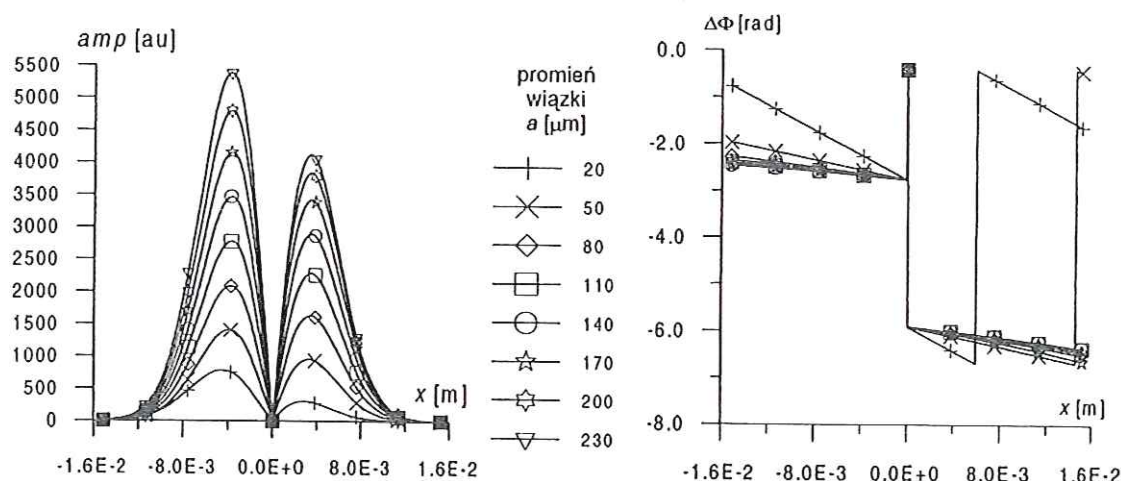
$$C_x = C_{xR} + iC_{xl} \quad (55)$$

·(C_x określa równanie (39)).



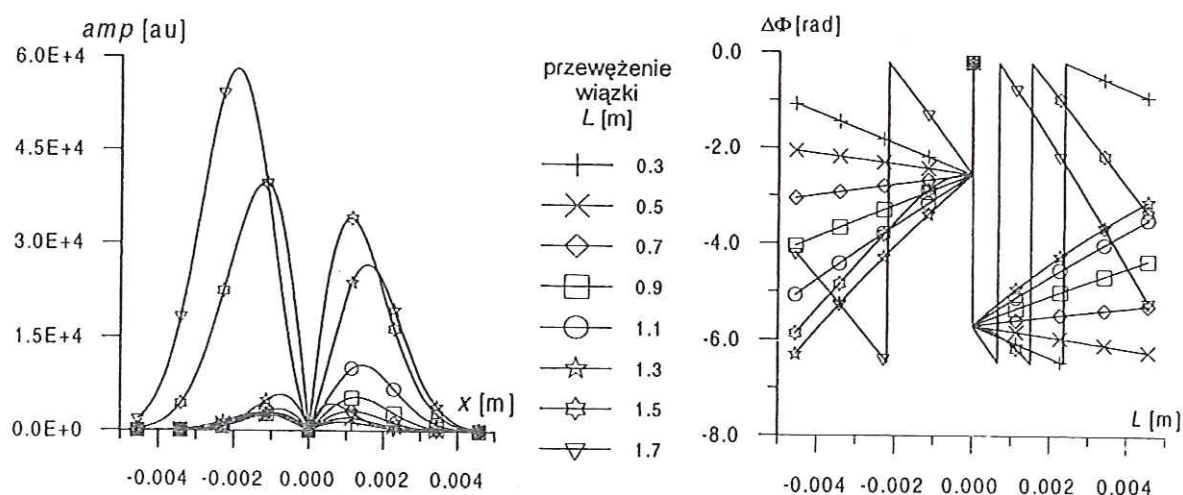
Rys. 8. Zależność normalnego sygnału „szczelinowego” od położenia szczeliny dla różnych wysokości wiązki nad próbką. Częstotliwość kołowa modulacji wynosi 60 rad/s. Pozostałe parametry jak na rys. 2

Fig. 8. The „slit” normal signal dependence on the slit position for different beam height over the sample. Modulation angular frequency is equal 60 rad/s. Other parameters as in Fig. 2



Rys. 9. Jak na rys. 8 dla różnych wartości promienia wiązki sondującej
Fig. 9. As in Fig. 8 for different values of the probing beam radius

Przykładowe wykresy zależności (51) przedstawiono na rys. 8÷10. Na wszystkich wykresach widać, że dla $x = 0$ sygnał zanika. Wynika to stąd, że w tym miejscu znajduje się wierzchołek natężenia wiązki sondującej, dla którego zerują się zmiany fazy (a także nieistotna jest defleksja wiązki). Widać także, że w połowie wiązki położonej bliżej próbki ($x < 0$) uzyskuje się większe sygnały niż w połowie położonej dalej ($x > 0$). Jest to spowodowane silnym tłumieniem fali termicznej wraz z odległością od powierzchni próbki. Wpływ tłumienia fali termicznej na sygnał widać wyraźnie również na rys. 8 – wraz ze wzrostem wysokości wiązki



Rys. 10. Jak na rys. 8 dla różnych położań przewężenia wiązki sondującej
Fig. 10. As in Fig. 8 for different positions of the probing beam waist

nad próbką sygnał maleje. Również we wszystkich przypadkach w punkcie $x = 0$ występuje skok fazy o π (w punkcie $x = 0$ faza jest nieokreślona). W odróżnieniu od detekcji „kwadrantowej” w rozpatrywanym przypadku maksimum sygnału rośnie monotonicznie wraz ze wzrostem promienia wiązki (rys. 9).

Bardzo interesujący jest przebieg zależności sygnału od położenia przewężenia wiązki sondującej. Przebieg ten ma charakter (niemal dokładnie) „inwersyjny” – w połowie wiązki bliższej próbce ($x < 0$) maksimum sygnału rośnie wraz ze wzrostem L , a w drugiej połowie ($x > 0$) maleje (rys. 10).

8. Podsumowanie

W pracy przeanalizowano teoretycznie wpływ różnych parametrów układu eksperymentalnego oraz różnych metod detekcji na wartość sygnału w badaniach fototermicznych z detekcją deflekcyjną (efekt mirażu). Rozpatrzono zależność sygnału od takich parametrów, jak promień wiązki sondującej, położenie jej przewężenia, wysokość nad powierzchnią próbki, położenie detektora. Opracowana teoria, wykorzystująca metody zespolonej optyki geometrycznej, umożliwia uwzględnienie szeregu innych parametrów (m.in. częstotliwości modulacji wiązki sondującej) ważnych ze względu na interpretację wyników pomiarów. Rozpatrzono tzw. fazowy sygnał normalny powstający w wyniku zmiany fazy wiązki sondującej jednowymiarowe pole fali termicznej propagującej się w gazie nad próbką oświetlaną modulowaną harmonicznymi wiązką pompującą. Przeanalizowano trzy metody detekcji zmian parametrów wiązki sondującej – detekcję za pomocą diody kwadrantowej, detekcję krawędziową (ostrzową) oraz detekcję szczelinową.

Praca została zrealizowana w ramach grantu nr 8 T10C 00412 oraz BW 459/RMF-1/99.

Literatura

1. Murphy J. C. and Aamodt L. C.: „Photothermal spectroscopy using optical beam probing: mirage effect”, *J. Appl. Phys.* v51, pp 4580–4588, 1980.
2. Glazov A. and Muratkov K.: „Photodeflection signal formation in thermal wave spectroscopy and microscopy of solids within the framework of wave optics. “Mirage” effect geometry”, *Opt. Comm.* v84, p 283, 1991.
3. Aamodt L. C. and Murphy J. C.: „Photothermal measurements using a localised excitation source”, *J. Appl. Phys.* v52, pp 4903–4914, 1981.
4. Bukowski R. J., Bodzenta J., Mazur J. and Kleszczewski Z.: „Parameter Estimation in Photothermal Measurements with Photodeflectional Detection”, in *Nondestructive Characterization of Materials VII, Part 1, Proceedings of the Seventh International Symposium on Nondestructive Characterization of Materials held in Prague, Czech Republic, June 1995*, pp 295–302, Transtec Publications 1996.

5. Krawcow Ju. A., Orłow Ju. I.: „Optyka geometryczna ośrodków niejednorodnych”, WNT, Warszawa 1993.
6. Bukowski R. J.: „Zastosowanie optyki geometrycznej do opisu propagacji wiązki gaussowskiej w ośrodkach optycznie jednorodnych”, Materiały II Krajowej Konferencji „Podstawy fizyczne badań nieniszczących”, Oddział Gliwicki Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Instytut Fizyki Politechniki Śląskiej, Gliwice '97.
7. Bukowski R.J.: „Mirage effect description in the frame of the complex rays optics”, in „Acoustooptics and Application III”, A. Śliwiński, B.B.J. Linde, P. Kwiek, Editors Proceedeings of SPIE vol. 3581, pp. 285-292 (1998).
8. Yariv A., Yeh P.: „Optical waves in crystals”, JW&S Inc., New York 1984.
9. Carslaw H. S. and Jaeger J. C.: „Conduction of Heat in Solids”, Oxford Univ. Press, Oxford, 1959.
10. Bodzenta J., Bukowski R., Kleszczewski Z., Mazur J., Pustelny B.: „Zastosowanie fal termicznych w badaniach ciał stałych”, Zesz. Nauk. Pol. Śl., Seria: Matematyka-Fizyka, z.73, p.51-72 (1996).

Abstract

The experimental set-up different parameters and different detection methods influence on signal value in photothermal investigations with mirage effect was analysed in the work. The signal dependence on such parameters as probing beam radius, waist position, height over the sample surface and detector position was considered. Worked out theory, based on complex geometrical optics methods, gives possibility taking into account many other parameters (e.g. probing beam modulation frequency), which are important for the measurements results interpretations. The so-called phase normal signal created as result the phase change of the beam probed the one-dimensional field of the thermal wave propagated in the gas over the sample excited by harmonically modulated pumping beam was considered. Three methods of the probing beam parameters changes detection was analysed – detection by quadrant photodiode, by knife detection (when probing beam is truncated parallel to the sample surface by sharp edge nearly before the photodiode) and slit detection (when probing beam is truncated parallel to the sample surface by slit with width more less then its radius). Results are presented in analytical form and in form of graphs and its can be used for experimental set-up optimisation.