

6. ZASTOSOWANIE ZESPOLONEJ OPTYKI GEOMETRYCZNEJ DO OPISU DETEKCJI FOTODEFLEKCYJNEJ W POMIARACH FOTOTERMICZNYCH

We współczesnej technice duże znaczenie mają nieniszczące metody badań struktury różnego rodzaju układów o złożonej budowie, w tym układów warstwowych, i to zarówno pod względem jakościowym, jak i ilościowym. Wśród tych metod istotne znaczenie posiadają metody fototermiczne, w których wykorzystuje się różnice w wartościach parametrów cieplnych różnych elementów danego układu. Wynikające ze struktury układu warstwowego rozkłady wartości tych parametrów cieplnych oraz rozkłady źródeł ciepła, którymi w przypadku badań fototermicznych są najczęściej elementy absorbujące światło lub inne promieniowanie, w tym także cząsteczkowe, determinują rozkład temperatury (statyczny lub dynamiczny) w tym układzie. Oznacza to, że rozkład temperatury w układzie zawiera informację o strukturze tego układu.

Niestety, w wielu ważnych praktycznie przypadkach informacja ta jest niedostępna i niemożliwa do uzyskania metodami nieniszczącymi, zwłaszcza w próbkach optycznie nieprzeźroczystych. We wszystkich przypadkach realnie dostępna jest jedynie temperatura powierzchni próbki. Można ją wyznaczyć różnymi metodami kontaktowymi lub bezkontaktowymi. Wśród tych ostatnich często jest stosowana metoda fotodeflekcyjna, która polega na analizie zmiany parametrów optycznej wiązki sondującej (laserowej) propagującej się nad powierzchnią próbki w płynie pozostającym w kontakcie cieplnym z tą próbką. Płyn (gaz lub ciecz), ogrzewając się od powierzchni tej próbki, zmienia swój współczynnik załamania światła dla wiązki sondującej, co zmienia jej fazę i/lub kierunek propagacji.

Aktualnie do opisu tego zjawiska opracowano dwie teorie. Pierwsza z nich, opracowana przez Murphy'ego i Aamodta [120], to teoria promieniowa wykorzystująca prawa klasycznej optyki geometrycznej, które przewidują defleksję (odchylenie) promienia świetlnego propagującego się w ośrodku optycznie niejednorodnym. Teoria ta może być stosowana, gdy rozmiary poprzeczne wiązki sondującej są małe w porównaniu z charakterystyczną długością, na której następują zauważalne zmiany pola temperatury w płynie w kierunku poprzecznym do osi tej

wiązki. W szczególności może to być długość tzw. fali termicznej, gdy zmiany pola temperatury w czasie mają charakter harmoniczny (czyli dla fal termicznych o małych częstotliwościach). Znane są również uogólnienia tej teorii na przypadek szerokich wiązek sondujących: Aamodt oraz Murphy [121], Lasalle i in. [122], Spear i in. [123], Bukowski i in. [124]. Generalnie zastosowane podejście do tego problemu polega na podziale szerokiej wiązki sondującej na „indywidualne” promienie (klastery promieni) ulegające opisanej powyżej deflekcji. Następnie wyznacza się całkowity sygnał metodami statystycznymi, na ogół jako sumę ważoną sygnałów pochodzących od poszczególnych promieni. Jako wag najczęściej używa się rozkładu natężenia światła w wiązce niezaburzonej. Uogólnienia te mają charakter fenomenologiczny i w związku z tym ich zastosowanie jest dość ograniczone.

Druga z wymienionych teorii jest teorią falową i została opracowana przez Glazova i Muratikova [125]. W pracy tej wyznaczono przybliżone rozwiązania równania falowego dla wiązki sondującej, uwzględniające jedynie zmianę jej fazy (tzw. siatka fazowa). Z tego względu ich zastosowanie ogranicza się do szczególnych przypadków, w których można zaniedbać deflekcję wiązki związaną z gradientem pola temperatury. Innym ograniczeniem jest także skomplikowana postać ostatecznych formuł. Zaletą podejścia falowego jest jednakże to, że ujmuje ono od razu oddziaływanie całej wiązki sondującej z polem temperatury. Należy tutaj dodać, że opracowane teorie, opisujące zastosowanie pomiarów fotodeflekcyjnych w różnych szczególnych sytuacjach, często wymagają „intensywnego” korzystania z metod numerycznych.

Należy zauważyć, że obie wymienione teorie uwzględniają różne aspekty tego samego zjawiska – deflekcję wiązki optycznej powoduje gradient współczynnika załamania światła w kierunku poprzecznym do kierunku propagacji wiązki, natomiast za zmianę fazy fali świetlnej odpowiedzialne są zmiany wartości tego współczynnika w kierunku równoległym do kierunku propagacji fali. Mimo tych różnic obie teorie poprawnie opisują wyniki pomiarów otrzymanych metodą fotodeflekcyjną, pod warunkiem, że odpowiednie układy pomiarowe spełniają założenia pierwszej lub drugiej z nich. Należy zauważyć, że taka sytuacja jest dość dziwna. W każdym realnym eksperymencie fotodeflekcyjnym optyczna wiązka sondująca podlega obu wpływom – deflekcji i zmianie fazy. Poprawna teoria opisująca taki eksperyment powinna to uwzględniać.

Pełny (tzn. z dowolną dokładnością) opis propagacji wiązki świetlnej w ośrodku optycznie niejednorodnym można uzyskać w ramach optyki geometrycznej

z wykorzystaniem rozwinięcia Debye'a (Luneburga–Kleina) – Krawcow i Orłow [21], Bukowski (1997) [126]. Odpowiednia analiza wykorzystująca metody zespolonej optyki geometrycznej i uwzględniająca wyłącznie zmiany fazy wiązki sondującej wywołane falami termicznymi została przeprowadzona przez autora w [127] (Bukowski (1998b)) oraz przez Bukowskiego i Korte (2002) w [128]. Wpływ obydwu efektów, fazowego i deflekcyjnego, na sygnał fotodeflekcyjny w ramach zespolonej optyki geometrycznej został po raz pierwszy przedstawiony przez Bukowskiego i Korte (2001) [129], a następnie opublikowany w pracach [130, 131] (Bukowski i Korte (2003, 2005)). Zagadnienie to dalej było rozwijane w Zakładzie Fizyki Stosowanej Instytutu Fizyki Politechniki Śląskiej. Ostatnie wyniki zamieszczono w pracach [132-134] (Kobylińska, Bukowski i in. (2006) i (2007); Korte Kobylińska, Bukowski i in. (2008a)).

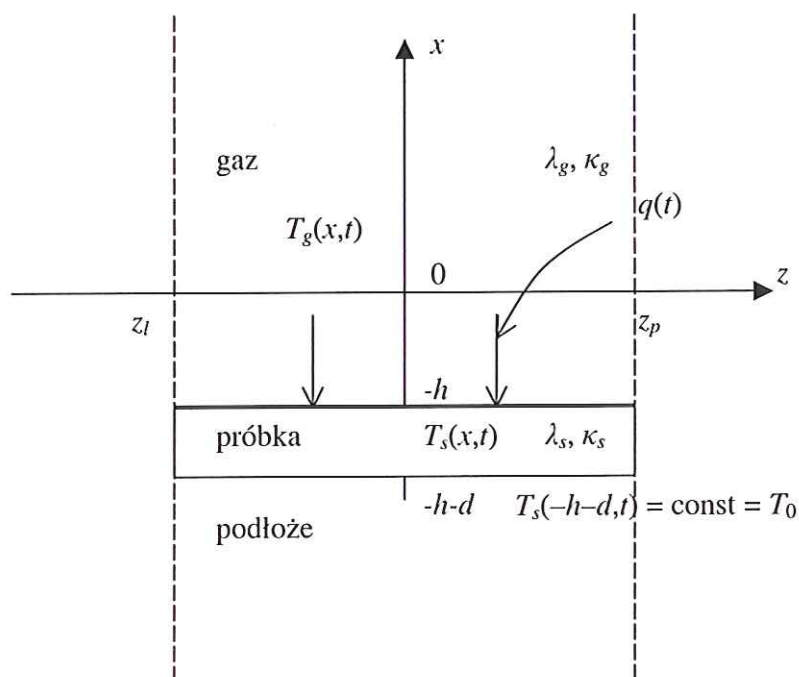
6.1. Fale termiczne i ich wpływ na współczynnik załamania światła

Postać rozkładu temperatury w gazie nad próbką zależy od wielu szczegółów układu pomiarowego, które przejawiają się w odpowiednich równaniach i warunkach granicznych. Tutaj rozpatrzono modelową sytuację pokazaną na Rys. 30 i opartą na następujących założeniach: 1° – rozkład temperatury w gazie nad próbką opisuje równanie Fouriera-Kirchhoffa dla ośrodka jednorodnego i półnieskończonego; 2° – wiązka wymuszająca dostarcza, równomierny na całej powierzchni próbki, ustalony strumień energii harmonicznym zmienny w czasie z częstotliwością kołową Ω ; 3° – można zaniedbać zmiany temperatury gazu w obszarach nieleżących bezpośrednio nad próbką; 4° – na granicy próbki i gazu obowiązują warunki ciągłości dla temperatury i strumienia ciepła; 5° – rozmiary próbki w kierunku poprzecznym do wiązki sondującej są znacznie większe od średnicy wiązki nad próbką. W tej sytuacji rozkład temperatury w obszarze zajmowanym przez wiązkę nad próbką jest rozkładem jednowymiarowym i przedstawia w stanie ustalonym tzw. falę termiczną:

$$T_g(x, z) - T_0 = \vartheta_g(x, z) =$$

$$\left[\theta_g + \vartheta_{gm} \exp(-k_g(x+h)) \cos(\Omega t - k_g(x+h) + \gamma_g) \right] \Delta H(z; z_l, z_p). \quad (275)$$

We wzorze tym zastosowano następujące oznaczenia: κ_g = dyfuzyjność cieplna gazu; $k_g = \sqrt{\Omega/(2\kappa_g)}$ = liczba falowa fali termicznej; T_0 = temperatura otoczenia;



Rys. 30. Schemat do wyznaczenia rozkładu temperatury w gazie nad próbką: λ_s , λ_g , κ_s , κ_g – współczynniki przewodnictwa cieplnego i dyfuzyjności cieplnej w próbce i w gazie odpowiednio; $q(t)$ – harmonicznie zmienny w czasie strumień ciepła dostarczany do powierzchni próbki; $T_s(x,t)$, $T_g(x,t)$ – rozkłady temperatury w próbce i w gazie nad próbką. Pozostałe oznaczenia w tekście

Fig. 30. The scheme for the temperature determination in gas over the sample: λ_s , λ_g , κ_s , κ_g – thermal conductivity and thermal diffusivity coefficients for sample and gas respectively; $q(t)$ – the harmonically changed in time heat flux delivered to the sample surface; $T_s(x,t)$, $T_g(x,t)$ – temperature distributions in the sample and in gas over the sample. Other designations are in text

γ_g = przesunięcie fazowe między wiązką wymuszającą a temperaturą powierzchni próbki; θ_g = stały przyrost temperatury gazu nad próbką i powierzchni próbki; ϑ_{gm} = amplituda harmonicznym zmian temperatury na powierzchni próbki; $-h$ = położenie ogrzewanej powierzchni próbki; z_l , z_p = położenie krawędzi (brzegów) próbki (na kierunku propagacji wiązki świetlnej sondującej pole temperatury w gazie). Ponadto, $\Delta H(z; z_l, z_p) = H(z - z_p) - H(z - z_l)$, gdzie $H(\zeta)$ oznacza funkcję skokową Haeviside'a. Jak widać, mimo iż równanie Fouriera-Kirchhoffa nie jest równaniem falowym, to jednak na skutek zastosowania harmonicznym warunków brzegowych jego rozwiązanie ustalone ma charakter falowy. Cechą charakterystyczną tych fal termicznych jest to, że ich liczba falowa i współczynnik tłumienia zależą od

częstotliwości fali i mają zawsze tę samą wartość. Oznacza to, że są to fale silnie tłumione i o znacznej dyspersji. Ich prędkość grupowa w powietrzu dla częstotliwości $f = 100$ Hz wynosi 0.33 m/s.

Jeszcze należy dodać, że parametry fali termicznej ϑ_{gm} , θ_g i γ_g w istotny sposób zależą od właściwości cieplnych próbki, takich, jak dyfuzyjność cieplna κ_s i współczynnik przewodnictwa cieplnego λ_s . Celem pomiarów fotodeflekcyjnych jest uzyskanie wartości tych parametrów. Niestety, wymienione parametry fali termicznej zależą także od wielu innych czynników, w tym od geometrii próbki i sposobu jej pobudzania. Z tego powodu trudno podać jakieś ogólne wyrażenia na te parametry. Jeżeli do już wymienionych przed wzorem (275) założeń dołożyć następujące (por. Rys. 30): 1° – próbka jest cieplnie jednorodna i ma grubość d ; 2° – dolna powierzchnia próbki jest utrzymywana w temperaturze otoczenia T_0 ; 3° – strumień energii o gęstości $q = q_0[1 - G \cdot \cos(\Omega t)]$ jest pochłaniany na górnej powierzchni próbki (q_0 = średnia wartość gęstości strumienia energii, $G \in (0, 1)$ = głębokość modulacji), to odpowiednie wyrażenia przyjmują postać (Korte Kobylińska, Bukowski i in. (2008b) [135]):

$$\theta_g = q_0 \frac{d}{\lambda_s}; \quad (276)$$

$$\vartheta_{gm} = q_0 G \left[(pu \exp(k_s d) + rw \exp(-k_s d))^2 + (pw \exp(k_s d) + ru \exp(-k_s d))^2 \right]^{1/2} \times \frac{[\exp(2k_s d) - 2 \cos(2k_s d) + \exp(-2k_s d)]^{1/2}}{2[p^2 \exp(2k_s d) - 2pr \cos(2k_s d) + r^2 \exp(-2k_s d)]}; \quad (277)$$

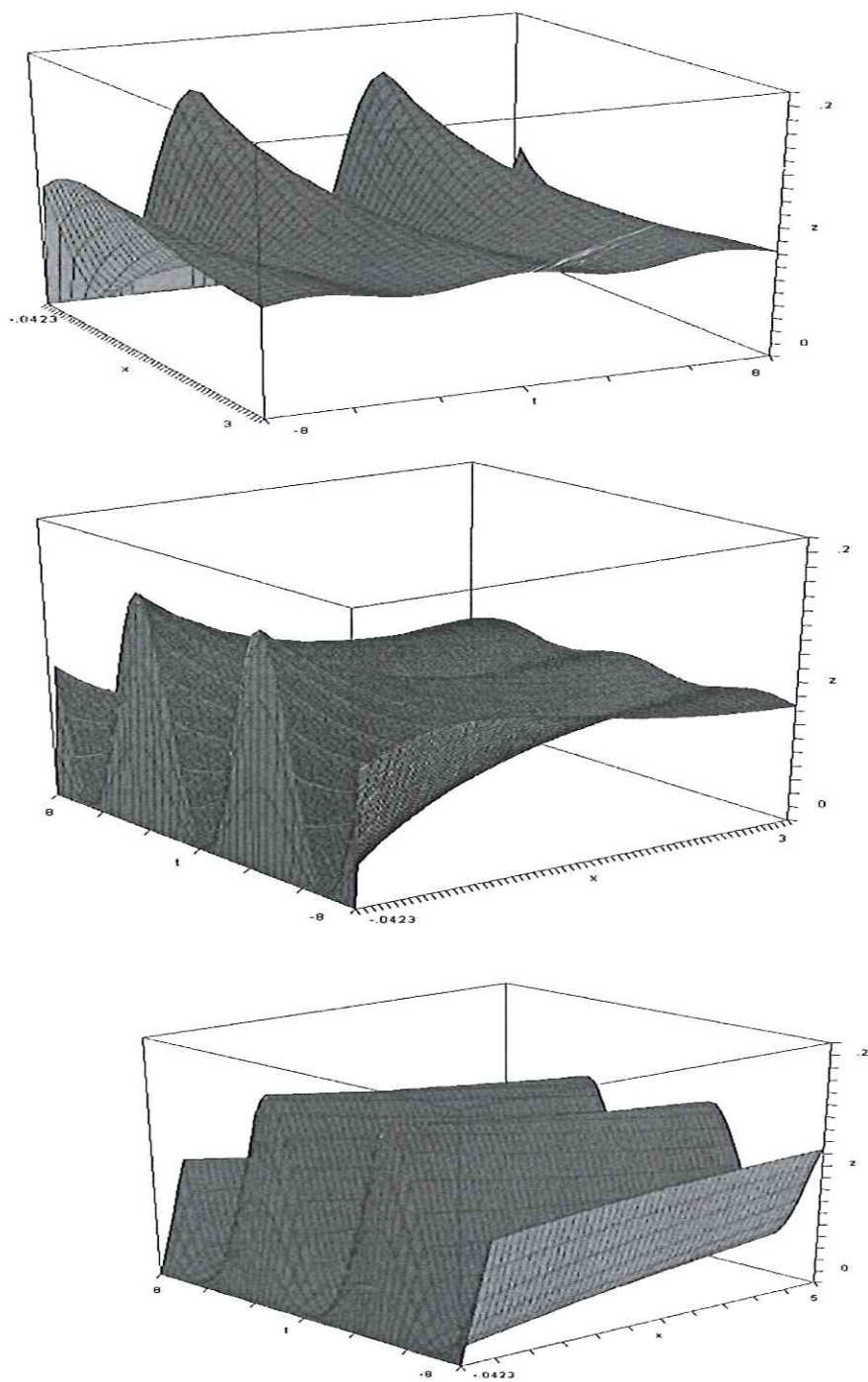
$$\gamma_g = -\operatorname{atg}[\operatorname{tgh}(k_s d) \operatorname{tg}(k_s d)] - \operatorname{atg} \left[\frac{pw \exp(k_s d) + ru \exp(-k_s d)}{pu \exp(k_s d) + rw \exp(-k_s d)} \right]; \quad (278)$$

gdzie

$$k_g = \sqrt{\Omega / (2\kappa_g)}; \quad k_s = \sqrt{\Omega / (2\kappa_s)} \quad p = k_s \lambda_s + k_g \lambda_g, \quad r = k_s \lambda_s - k_g \lambda_g, \quad (279)$$

$$u = \sqrt{2} \cos\left(k_s d + \frac{\pi}{4}\right), \quad w = \sqrt{2} \cos\left(k_s d - \frac{\pi}{4}\right).$$

Fale termiczne opisywane zależnościami od (275) do (279) pokazano schematycznie na Rys. 31.



Rys. 31. Przykładowy rozkład temperatury w płaskorównoległej próbce i w gazie nad próbką opisywany relacjami (275)÷(279). Na tym rysunku oś OZ jest osią przyrostu temperatury. Czas i położenie podano w jednostkach względnych ($1/\omega$, $1/k_s$ dla próbki, $1/k_g$ dla gazu odpowiednio)

Fig. 31. The exemplary temperature distribution in the slab and in the gas over the slab. At this figure the OZ axis is the temperature increase axis. The time and position was given in relative units ($1/\omega$, $1/k_s$ for the sample, $1/k_g$ for the gas respectively)

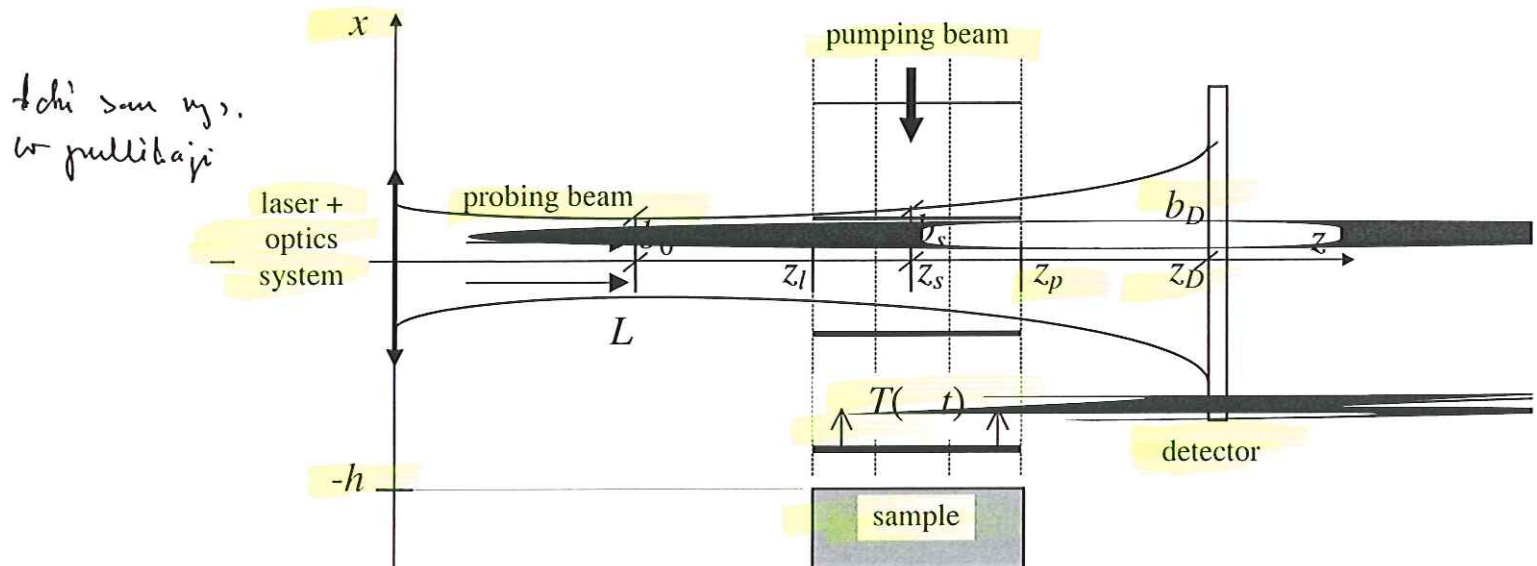
Zmiany temperatury ośrodka wywołują zmiany wartości współczynnika załamania światła tego ośrodka (a tym samym jego przenikalności elektrycznej). W standardowych pomiarach fotodeflekcyjnych globalne zmiany temperatury próbki i otaczającego ją gazu θ_g są na poziomie 1 K, a amplitudy harmoniczných zmian tej temperatury ϑ_g są na poziomie milikelwinów. W tej sytuacji można się ograniczyć do liniowego czynnika opisującego wpływ temperatury na zmianę współczynnika załamania światła w ośrodku jednorodnym optycznie:

$$n(T) \cong n_0 + \left. \frac{dn}{dT} \right|_{T_0} (T - T_0) = n_0 + n_0 s_T (T - T_0), \quad (280)$$

gdzie s_T jest czułością temperaturową współczynnika załamania światła. Wobec tego przenikalność elektryczna gazu w obszarze fali termicznej wyraża się zależnością:

$$\varepsilon(T) = n^2(T) = n_0^2 + \nu(\vec{r}), \quad \nu(\vec{r}) \cong 2n_0^2 s_T \vartheta_g(x, z). \quad (281)$$

Tutaj $\nu(\vec{r})$ oznacza zaburzenie przenikalności elektrycznej ośrodka spowodowane falą termiczną. Wyrażenie (281) należy zastosować w równaniu (87) i następnych. Jednakże czułości termiczne współczynnika załamania światła dla gazów są rzędu $-5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, co w połączeniu z amplitudą zmian temperatury gazu w fali termicznej



Rys. 32. Geometria oddziaływania gaussowskiej wiązki świetlnej z jednowymiarowym polem temperatury w gazie nad próbką

Fig. 32. The interaction geometry of gaussian light beam with the one-dimensional temperature field in gas over the sample

rzędu 10^{-3} K oznacza, że amplituda zmian współczynnika załamania światła jest rzędu 10^{-8} . W tej sytuacji jest uzasadnione zastosowanie w obliczeniach rachunku zaburzeń, przy czym rolę parametru zaburzenia odgrywa iloczyn $\Delta n_m = s_T \vartheta_{gm}$.

Ostatecznie geometrię oddziaływania wiązki świetlnej i fali termicznej można przedstawić schematycznie jak na Rys. 32.

6.2. Poprawki do trajektorii promieni, do eikonału

Jak już wspomniano, w opisie geometrycznym wiązka gaussowska składa się z promieni biegnących w przestrzeni zespolonej. W tej sytuacji istotnego znaczenia nabiera problem przedłużenia analitycznego relacji (281) do przestrzeni zespolonej. W poprzednich pracach (np. Bukowski 1998a, Kobylińska, Bukowski i in. [127, 132]) zastosowano bezpośrednio wyrażenie (281), w którym współrzędne x i y przyjmowały wartości zespolone. Biorąc pod uwagę, że ostatecznie sens fizyczny ma tylko część rzeczywista otrzymanych rozwiązań, można to wyrażenie uzupełnić o odpowiednio dobraną część urojoną. Znacznego uproszczenia obliczeń należy się spodziewać po zastąpieniu w wyrażeniu (281) funkcji trygonometrycznej cosinus przez funkcję eksponencjalną odpowiedniego urojonego argumentu:

$$\nu(\vec{r}) \cong 2n_0^2 s_T \vartheta_c(x, z), \quad \vartheta_c(x, z) = [\theta_g + \vartheta_{gm} \exp(\varphi_t) \exp(-k_{gc} x)] \Delta H(z; z_l, z_p), \quad (282)$$

gdzie

$$k_{gc} = (1+i)k_g, \quad \varphi_t = i(\Omega t + \gamma_g) - k_{gc} h. \quad (283)$$

Sygnał z fotodetektora w wielu przypadkach jest mierzony metodą homodynową. Wówczas w wyrażeniu (282) można opuścić stały składnik θ_g i taka sytuacja będzie rozpatrywana dalej.

Poprawki do torów promieni w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń wyznacza relacja (121), gdzie całkowanie odbywa się wzdłuż niezaburzonych trajektorii promieni (132). Ze względu na relacje (282) poprawki te wynoszą:

$$x_1 = \frac{\Delta n_m z_{Rc} \exp(\varphi_l)}{k_{gc} \xi^2} \left\{ \left[1 - k_{gc} \xi \frac{in_0(\tau - \tau_p)}{z_{Rc}} \right] \exp \left[-k_{gc} \xi \left(1 + \frac{in_0 \tau_p}{z_{Rc}} \right) \right] - \right.$$

$$\left. \left[1 - k_{gc} \xi \frac{in_0(\tau - \tau_l)}{z_{Rc}} \right] \exp \left[-k_{gc} \xi \left(1 + \frac{in_0 \tau_l}{z_{Rc}} \right) \right] \right\}. \quad (284)$$

$$y_1 = 0; \quad (285)$$

$$z_1 = \frac{\Delta n_m n_0 \exp(\varphi_l)}{\sqrt{1 + (\xi^2 + \eta^2)} z_{Rc}^2} \left\{ (\tau - \tau_l) \exp \left[-k_{gc} \xi \left(1 + \frac{in_0 \tau_l}{z_{Rc}} \right) \right] - \right.$$

$$\left. (\tau - \tau_p) \exp \left[-k_{gc} \xi \left(1 + \frac{in_0 \tau_p}{z_{Rc}} \right) \right] \right\}. \quad (286)$$

We wzorach (284) i (286) przyjęto następujące oznaczenia: $\tau_l = \tau(z_l)$; $\tau_p = \tau(z_p)$ (τ jest bieżącą współrzędną wzdłuż promienia). Wzory te obowiązują w obszarze $\tau \geq \tau_p$, czyli za próbką (obszar detekcji).

Poprawka do eikonu w ramach zastosowanego rachunku zaburzeń wyraża się wzorem

$$\psi^1(\xi, \eta, \tau) = \frac{1}{2} \int_0^\tau v(\bar{r}(\tau')) d\tau'. \quad (287)$$

Tutaj całkowanie powinno odbywać się wzdłuż poprawionego toru promienia. Jednakże poprawki (284) i (286) do toru promienia są proporcjonalne do parametru zaburzenia (Δn_m), podobnie jak zaburzenie przenikalności elektrycznej ośrodka v . W tej sytuacji uwzględnienie w (287) poprawek do toru promienia oznaczałoby jednocześnie uwzględnienie w obliczeniach poprawek co najmniej drugiego rzędu względem parametru zaburzenia, co na tym poziomie przyjętej dokładności jest nieuzasadnione. Wobec tego uwzględniając w (287) zależności (282) otrzymujemy w obszarze $\tau \geq \tau_p$:

$$\psi^1(\xi, \eta, \tau) = \Delta n_m \frac{in_0 z_{Rc} \exp(\varphi_l)}{k_{gc} \xi} \left\{ \exp \left[-k_{gc} \xi \left(1 + \frac{in_0 \tau_p}{z_{Rc}} \right) \right] - \exp \left[-k_{gc} \xi \left(1 + \frac{in_0 \tau_l}{z_{Rc}} \right) \right] \right\}. \quad (288)$$

Amplituda promieniowa wyraża się wzorem (102). W ramach dokładności pierwszego rzędu względem parametru zaburzenia oraz bez poprawek przyosiowych, które dla wiązki gaussowskiej uwzględnia się tylko w jej eikonale, możemy jakobian przejścia od współrzędnych promieniowych do kartezjańskich zapisać w postaci

$$D(\tau) \equiv \frac{\partial x_0}{\partial \xi} \frac{\partial y_0}{\partial \eta} \frac{\partial z_0}{\partial \tau} + \frac{\partial x_1}{\partial \xi} \frac{\partial y_0}{\partial \eta} \frac{\partial z_0}{\partial \tau} + \frac{\partial x_0}{\partial \xi} \frac{\partial y_0}{\partial \eta} \frac{\partial z_1}{\partial \tau} = D^0(\tau) + D^1(\tau), \quad (289)$$

przy czym x_0, y_0 i z_0 są określone w (132), a x_1 i z_1 w (284) i (286). Wobec tego mamy:

$$A(\tau) \equiv A^0(\tau)[1 + a^1(\tau)], \quad a^1(\tau) = -\frac{1}{2} \left[\frac{\partial x_1 / \partial \xi}{\partial x_0 / \partial \xi} + \frac{\partial z_1 / \partial \tau}{\partial z_0 / \partial \tau} \right], \quad (290)$$

przy czym $A^0(\tau) = E_0 z_{Rc} / (z_{Rc} + in_0 \tau)$ wynika z zależności (200), oraz

$$a^1(\tau) =$$

$$\Delta n_m = \xi_{\tau} \left\{ \frac{1}{2} \Delta n_m \exp(\varphi_l) \left[a_p^1(\tau) \exp \left[-k_{gc} \xi \left(1 + \frac{in_0 \tau_p}{z_{Rc}} \right) \right] - a_l^1(\tau) \exp \left[-k_{gc} \xi \left(1 + \frac{in_0 \tau_l}{z_{Rc}} \right) \right] \right] \right\}, \quad (291)$$

$$a_\beta^1(\tau) =$$

$$1 - \frac{z_{Rc}^2}{k_{gc} \xi \left(1 + \frac{in_0 \tau}{z_{Rc}} \right)} \left[k_{gc}^2 \left(1 + \frac{in_0 \tau_r}{z_{Rc}} \right) \frac{in_0 (\tau - \tau_\beta)}{z_{Rc}} - \frac{k_{gc}}{\xi} \left(1 - \frac{in_0 (\tau - 2\tau_\beta)}{z_{Rc}} \right) - \frac{2}{\xi^2} \right], \quad (292)$$

gdzie w ostatnim wzorze $\beta = l, p$.

we wzorach powyższych w zamiast τ pisać β

6.3 Problem odwrotny optyki geometrycznej

i rozkład natężenia światła w płaszczyźnie detekcji

Otrzymane wyrażenia pozwalają wyznaczyć rozkład natężenia pola elektrycznego w wiązce sondującej po oddziaływaniu z falą termiczną, ale względem współrzędnych promieniowych:

$$u(\xi, \eta, \tau) = A^0(\tau)[1 + a^1(\tau)] \exp \{ ik_0 [\psi^0(\xi, \eta, \tau) + \psi^1(\xi, \eta, \tau)] \}, \quad (293)$$

gdzie na podstawie (200) mamy

$$\psi^0(\xi, \eta, \tau) = n_0 \left[(n_0 \tau - L) + i \frac{\xi^2 + \eta^2}{2z_R} \frac{z_{Rc}}{z_R} \right]. \quad (294)$$

Aby wyznaczyć rozkład natężenia światła w miejscu detekcji $\vec{r}_D = (x_D, y_D, z_D)$, należy rozwiązać tzw. zagadnienie odwrotne optyki geometrycznej, czyli współrzędne promieniowe wyrazić poprzez współrzędne punktu detekcji. W tym celu można zastosować analogiczną metodę jak w rozdz. 5.2.3.2. . Należy więc rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x_D = x_0(\xi_D, \eta_D, \tau_D) + x_1(\xi_D, \eta_D, \tau_D) \\ y_D = y_0(\xi_D, \eta_D, \tau_D) \\ z_D = z_0(\xi_D, \eta_D, \tau_D) + z_1(\xi_D, \eta_D, \tau_D) \end{cases}, \quad (295)$$

gdzie współrzędne niezaburzone są określone przez (132), a poprawki do torów promieni są określone w (284) i (286). Jest to układ równań nieliniowych i jego rozwiązań poszukujemy po linearyzacji z dokładnością do wyrazów pierwszego rzędu względem parametru zaburzenia i poprawek przyosiowych. W tym celu należy przyjąć, że:

$$x_1(\xi_D, \eta_D, \tau_D) \cong x_1(\xi_{D0}, \eta_{D0}, \tau_{D0}) = x_{10}, \quad z_1(\xi_D, \eta_D, \tau_D) \cong z_1(\xi_{D0}, \eta_{D0}, \tau_{D0}) = z_{10}, \quad (296)$$

oraz że

$$\xi_D = \xi_{D0} + \xi_{D1}, \quad \eta_D = \eta_{D0} + \eta_{D1}, \quad \tau_D = \tau_{D0} + \tau_{D1}, \quad (297)$$

gdzie ξ_{D0} , η_{D0} i τ_{D0} są rozwiązaniami (132) w punkcie detekcji. Ponadto, musi zachodzić, że $|\xi_{D1}| \ll |\xi_{D0}|$, $|\eta_{D1}| \ll |\eta_{D0}|$ oraz $|\tau_{D1}| \ll |\tau_{D0}|$. W tej sytuacji rozwiązanie układu równań (295) przyjmuje postać:

$$\begin{cases} \tau_{D1} \cong \frac{x_D z_D}{n_0 z_{RD}^2} x_{10} - \frac{1}{n_0} \left(1 + i \frac{x_D^2 + y_D^2}{z_{RD}^2} \frac{z_D}{z_{RD}} \right) z_{10} \\ \eta_{D1} \cong -i \frac{x_D y_D z_D z_{Rc}}{z_{RD}^4} x_{10} + i \frac{y_D z_{Rc}}{z_{RD}^2} z_{10} \\ \xi_{D1} \cong -\frac{z_{Rc}}{z_{RD}} \left(1 - i \frac{x_D^2}{z_{RD}^2} \frac{z_D}{z_{RD}} \right) x_{10} + i \frac{x_D z_{Rc}}{z_{RD}^2} z_{10} \end{cases}, \quad (298)$$

gdzie $z_{RD} = z_{Rc} + iz_D$. Jak już wspomniano, poprawki przyosiowe w tych wyrażeniach należy uwzględnić przy obliczaniu eikonu, natomiast przy obliczaniu amplitudy promieni można je pominąć.

Po podstawieniu wyrażeń (298) i (297) do wzoru na eikon wiązki sondującej po jej oddziaływaniu z falą termiczną ((294) i (288)) okazuje się, że wszystkie poprawki wzajemnie się kompensują i ostatecznie otrzymujemy eikon wiązki niezaburzonej:

$$\psi(\xi_D, \eta_D, \tau_D) \cong$$

$$\psi^0(\xi_D, \eta_D, \tau_D) + \psi^1(\xi_{D0}, \eta_{D0}, \tau_{D0}) = \psi_{D0}(\vec{r}_D) = n_0(z_D - L) + in_0 \frac{x_D^2 + y_D^2}{2z_{RD}}. \quad (299)$$

Jest to szczególna sytuacja w rachunku zaburzeń dla optyki geometrycznej. Wynika to ze specjalnych własności fal termicznych, a w szczególności z tego, że współczynnik tłumienia tych fal jest równy ich liczbie falowej. Odpowiednie zmiany w eikonale rozpatrywanej wiązki mogą pojawić się w drugim rzędzie rachunku zaburzeń.

Z (299) wynika, że gaussowska wiązka sondująca po przejściu przez pole fali termicznej w rozpatrywanej konfiguracji nadal pozostaje wiązką gaussowską. Jednakże będzie to wiązka gaussowska o zmienionym rozkładzie przestrzennym jej amplitudy. Podstawiając (298) i (297) do (290) i (291) otrzymujemy:

$$A(\vec{r}_D) \cong E_0 \frac{z_{Rc}}{z_{RD}} [1 + a_{D1}(\vec{r}_D)], \quad (300)$$

gdzie

$$a_{D1}(\vec{r}_D) =$$

$$\Delta n_m \frac{1}{2k_{gc} x_D^3 z_{RD}^2} \exp(\varphi_l) \left[a_l^1(\vec{r}_D) \exp\left(-k_{gc} x_D \frac{z_{Rp}}{z_{RD}}\right) - a_p^1(\vec{r}_D) \exp\left(-k_{gc} x_D \frac{z_{Rl}}{z_{RD}}\right) \right], \quad (301)$$

$$a_\beta^1(\vec{r}_D) = k_{gc} [z_{RD}^2 - 2z_{Rc}(z_{RD} - z_{R\beta})] x_D^3 +$$

$$z_{RD} [k_{gc}^2 z_{RD} z_{R\beta} (z_{RD} - z_{R\beta}) - 2(z_{RD} - z_{Rc})] x_D^2 + k_{gc} z_{RD}^3 (z_{RD} - 2z_{R\beta}) x_D - 2z_{RD}^4, \quad (302)$$

$$\beta = l, p.$$

Ponadto $z_{R\beta} = z_{Rc} + iz_\beta$, $\beta = l, p$.

podstawiając $s = \beta$

Natężenie I światła w wiązce sondującej w płaszczyźnie detekcji jest proporcjonalne do $|u|^2$. Uwzględniając, że $|a_{D1}| \ll 1$ otrzymujemy:

$$I(\vec{r}_D) \cong I_{G0}(\vec{r}_D) + 2\text{Re}(a_{D1}(\vec{r}_D))I_{G0}(\vec{r}_D) = I_{G0}(\vec{r}_D) + I_V(\vec{r}_D), \quad (303)$$

gdzie I_{G0} oznacza rozkład natężenia światła w wiązce niezaburzonej. Istotne znaczenie ma tutaj składnik I_V , który zawiera informację o wpływaniu fali termicznej na wiązkę sondującą. Składnik ten jest proporcjonalny do $|\exp(\varphi_l)|$, co oznacza, że natężenie światła jest modulowane z częstotliwością modulowania pola temperatury w fali termicznej. Dzięki temu składnik ten jest łatwo mierzalny metodą homodynową.

6.4. Sygnał fotodeflekcyjny

Wiązka sondująca po przejściu przez obszar oddziaływania z falą termiczną pada na fotodetektor umieszczony prostopadle do osi wiązki sondującej niezaburzonej. Standardowo, jako detektora używa się fotodiody kwadrantowej lub fotodiody centroidalnej. Za pomocą fotodiody sygnał świetlny zostaje zamieniony na sygnał prądowy. W ogólności, promienie sondujące mogą ulegać deflekcji zarówno w płaszczyźnie XZ , jak i w płaszczyźnie YZ , które są odpowiednio prostopadła i równoległa do płaszczyzny próbki. W pierwszym przypadku detektor mierzy tzw.

fotodeflekcyjny sygnał normalny, a w drugim sygnał styczny (lub poprzeczny). W rozpatrywanym przypadku możliwa jest jedynie defleksja w płaszczyźnie XZ (por. poprawki do torów promieni (284) ÷ (286)), tak więc może być wyznaczony jedynie sygnał fotodeflekcyjny normalny.

6.4.1. Fotodiody kwadrantowa

Sygnał prądowy z fotodiody kwadrantowej można zapisać w postaci:

$$F^{(q)} = \sum_i F_i^{(q)} = \sum_i \sigma_i K_q \int_{S_{Di}} I_V(\vec{r}_D) dS_D, \quad (304)$$

gdzie całkowanie odbywa się po odpowiednich aktywnych (oświetlonych) częściach powierzchni fotodiody (w przypadku fotodiody kwadrantowej po oświetlonych fragmentach jej kwadrantów lub połówek), a otrzymane prądy są dodawane lub odejmowane elektronicznie ($\sigma_i = \pm 1$). K_q oznacza stałą detektora (czułość detektora). W przypadku sygnału normalnego wyrażenie (33), dla przyjętej geometrii oddziaływania, możemy zapisać w postaci:

$$F_n^{(q)} = K_q \int_{-\infty}^{+\infty} dy_D \left(\int_0^{+\infty} - \int_{-h_D}^0 \right) dx_D I_V(\vec{r}_D) =$$

$$2K_q \operatorname{Re} \left[\left(\int_0^{+\infty} - \int_{-h_D}^0 \right) a_{D1}(x_D, z_D) I_{G0x}(x_D) dx_D \right] =$$

$$2K_q \operatorname{Re} \left[\int_{-h_D}^{+\infty} \operatorname{sgn}(x_D) a_{D1}(x_D, z_D) I_{G0x}(x_D) dx_D \right], \quad (305)$$

gdzie uwzględniono, że próbka przesłania częściowo jedną z połówek detektora (w obszarze $(-\infty, h_D)$). Pozostałe granice całkowania przesunięto do $\pm\infty$ ze względu na szybkie zanikanie natężenia światła w wiązce gaussowskiej wraz z odległością od jej osi. Ponadto przyjęto, że środek detektora znajduje się na osi niezaburzonej wiązki sondującej. Całkowanie po y_D jest elementarne, gdyż a_{D1} nie zależy od y_D :

$$I_{G0x}(x_D) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{G0}(\vec{r}_D) dy_D = I_{0D} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[\frac{-(x_D^2 + y_D^2)}{b_D^2} \right] dy_D = \frac{P_G}{\sqrt{\pi} b_D} \exp \left(\frac{-x_D^2}{b_D^2} \right). \quad (306)$$

Tutaj b_D oznacza natężeniowy promień niezaburzonej wiązki sondującej na detektorze – $b_D = b_0 [1 + (z_D - L)/z_R^2]^{1/2}$, gdzie b_0 jest promieniem natężeniowym wiązki sondującej w jej przewężeniu. Ponadto, I_{0D} jest natężeniem światła na osi niezaburzonej wiązki sondującej padającej na detektor, a P_G jest mocą tej wiązki.

6.4.2. Fotodioda centroidalna

Dzięki odpowiedniej konstrukcji sygnał normalny z diody centroidalnej dla przyjętej geometrii oddziaływania wyraża się wzorem (por. [137]):

$$F_n^{(c)} = K_c \int_S x_D I_V(\vec{r}_D) dS_D = 2K_c \operatorname{Re} \left[\int_{-h_D}^{+\infty} x_D a_{D1}(x_D, z_D) I_{G0x}(x_D) dx_D \right]. \quad (307)$$

gdzie ponownie uwzględniono, że w rozpatrywanej konfiguracji a_{D1} nie zależy od y_D . W niektórych pracach zamiast funkcji $I_{G0x}(x_D)$ używa się funkcji $I_{G0}(x_D, y_D = 0)$, co jest równoważne powyższemu wyrażeniu, ale z inną stałą (czułością) detektora K_c .

6.4.3. Sygnał końcowy

Całkę w (307) można obliczyć dokładnie (analitycznie) w jednym przypadku – przy braku przesłaniania detektora ($h_D \rightarrow \infty$). W pozostałych przypadkach przy obliczaniu całek (305) i (307) zastosowano metody przybliżone. Wystarczająca dokładność zapewnia rozwinięcie odpowiednich wyrażeń w szereg (patrz dodatki 1 ÷ 4). Po wykonaniu wspomnianych całkowań otrzymuje się ostateczne wyrażenia na fotodeflekcyjny sygnał normalny. We wszystkich przypadkach sygnał ten przyjmuje postać:

$$F_n^{(p)} = K_n^{(p)} \operatorname{Re} [\vartheta_s(t) f_{ap}^{(p)}(z_D, z_l, z_p, h, h_D, \Omega, b_0, L)], \quad (p) = (q), (c), \quad (308)$$

gdzie $K_n^{(p)}$ jest stałą aparaturową, $\vartheta_s(t) = \vartheta_{gm} \exp[i(\Omega t + \gamma_g)]$ jest temperaturą (zespoloną) powierzchni próbki, natomiast $f_{ap}^{(p)}$ można nazwać funkcją aparaturową układu pomiarowego (też zespoloną). W dodatkach (1 ÷ 4) (rozdz. 0 ÷ 0) podano wyrażenia na wyznaczone funkcje aparaturowe.

Znajomość funkcji aparaturowej pozwala przeanalizować wpływ różnych elementów układu pomiarowego na mierzony sygnał. Wpływ niektórych parametrów jest dobrze znany, np. wpływ wysokości wiązki nad próbką h [138], o ile nie uwzględnia się przesłaniania detektora przez próbkę. Zależność ta jest zależnością wykładniczą wynikającą z tłumienia fali termicznej. Wpływ innych parametrów jest mniej zbadany w literaturze, nie licząc wcześniejszych prac stosujących metodę zespolonej optyki geometrycznej (np. [133]).

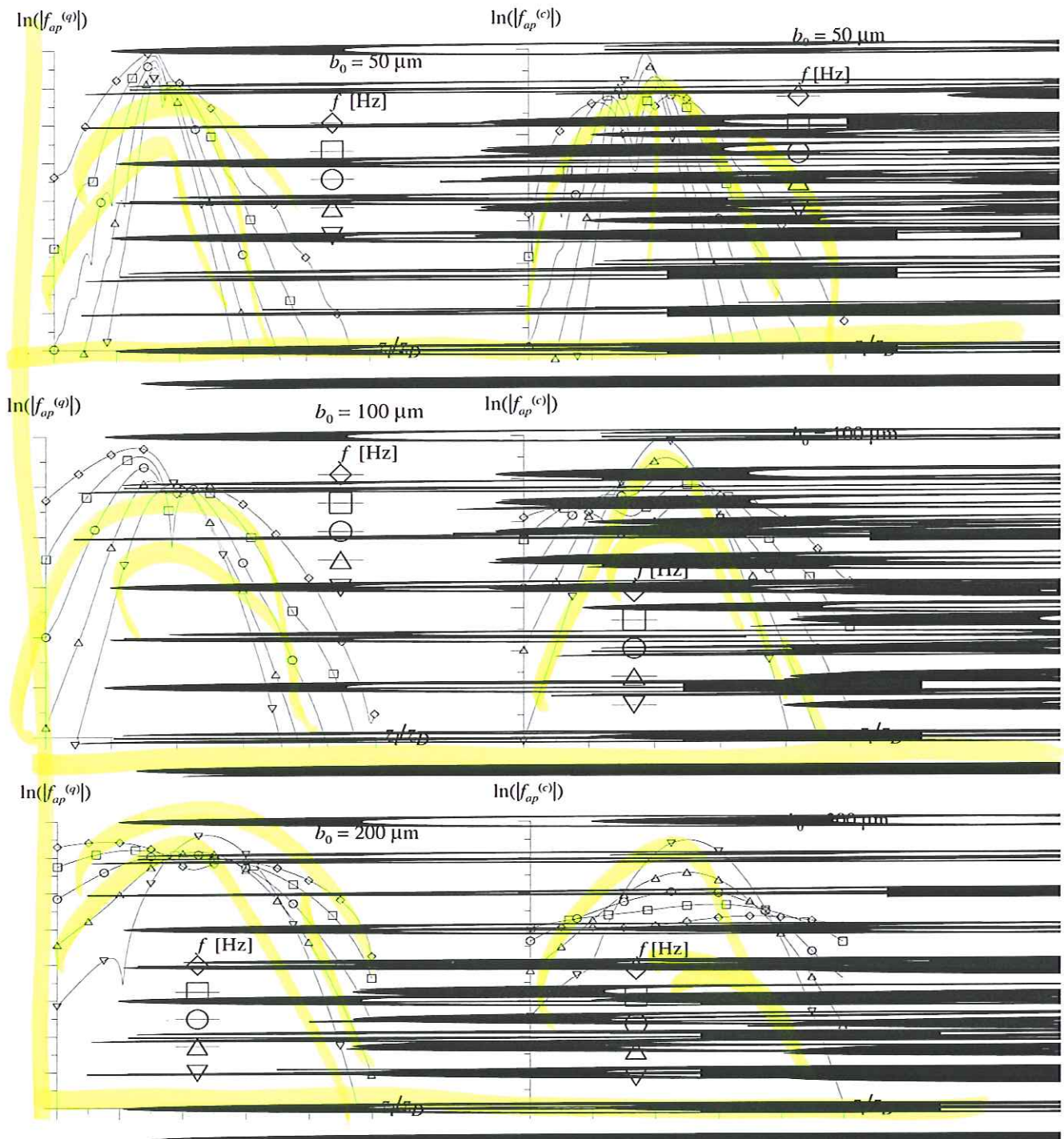
Jeden z
tych
dodatków
jest j.d.o
Appendix A

w dodatku
jest tytuł
Appendix A

Aby przeanalizować możliwości optymalizacji układu pomiarowego, wykonano obliczenia symulacyjne zależności zespolonej funkcji aparaturowej f_{ap} od różnych parametrów tego układu. Standardowe wartości parametrów przyjęte do obliczeń były następujące: $z_l = 0.5$ m, $z_p = 0.505$ m, $L = 0.5$ m, $z_D = 1.5$ m, $b_0 = 50$ μ m, $f = 100$ Hz (częstotliwość modulacji). Jeżeli któraś z tych wielkości była parametrem w obliczeniach, to jej zmiany przyjmowano w następujących sekwencjach: $b_0 - 50, 100, 200, 400, \dots \mu$ m; $f - 100, 200, 400, 800, 1600, \dots$ Hz; $L - 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, \dots$ m; $z_D - 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, \dots$ m; $z_l - 0.00, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25$ m. Ponadto przyjęto, że we wszystkich przypadkach $I_{0D} = \text{const}$ oraz $s_T = \text{const}$. Ostatni z podanych warunków jest dość oczywisty – pomiary najczęściej wykonuje się w powietrzu i w temperaturze otoczenia, co zapewnia stałość czułości temperaturowej współczynnika załamania światła. Natomiast zapewnienie stałości natężenia światła na osi wiązki sondującej przy równoczesnych zmianach jej parametrów geometrycznych może w eksperymencie sprawiać określone trudności.

Bardzo interesująca jest zależność modułu funkcji aparaturowej od położenia próbki z_l względem położenia przewężenia wiązki sondującej L i względem położenia detektora z_D . Zależność ta została przedstawiona na Rys. 33 – w lewej kolumnie dla diody kwadrantowej, a w prawej dla diody centroidalnej (w obu przypadkach bez przesłaniania – przyjęto, że wysokość osi wiązki sondującej nad próbką wynosi $h = 2b_s$, gdzie b_s jest promieniem wiązki sondującej nad próbką). Można zauważyć, że sygnał szybko zanika, gdy próbka znajduje się daleko od przewężenia wiązki sondującej (przed lub za przewężeniem). Wynika to stąd, że w miarę oddalania się od przewężenia rośnie promień wiązki sondującej b_s , i aby próbka nie przesłaniała wiązki sondującej należy zwiększać odległość h . To z kolei, ze względu na silne tłumienie fali termicznej, powoduje szybki zanik sygnału.

Ponadto, z wykresów tych wynika, że dla wąskich wiązek sondujących i niskich częstotliwości modulacji pola temperatury wyjątkowo niekorzystnym położeniem próbki jest jej umiejscowienie w obszarze przewężenia wiązki sondującej, gdyż wówczas amplituda funkcji aparaturowej osiąga swoje lokalne minimum. Występowanie tych minimów wynika stąd, że dla omawianej konfiguracji część deflekcyjna sygnału staje się nieistotna. Większość promieni w wiązce sondującej



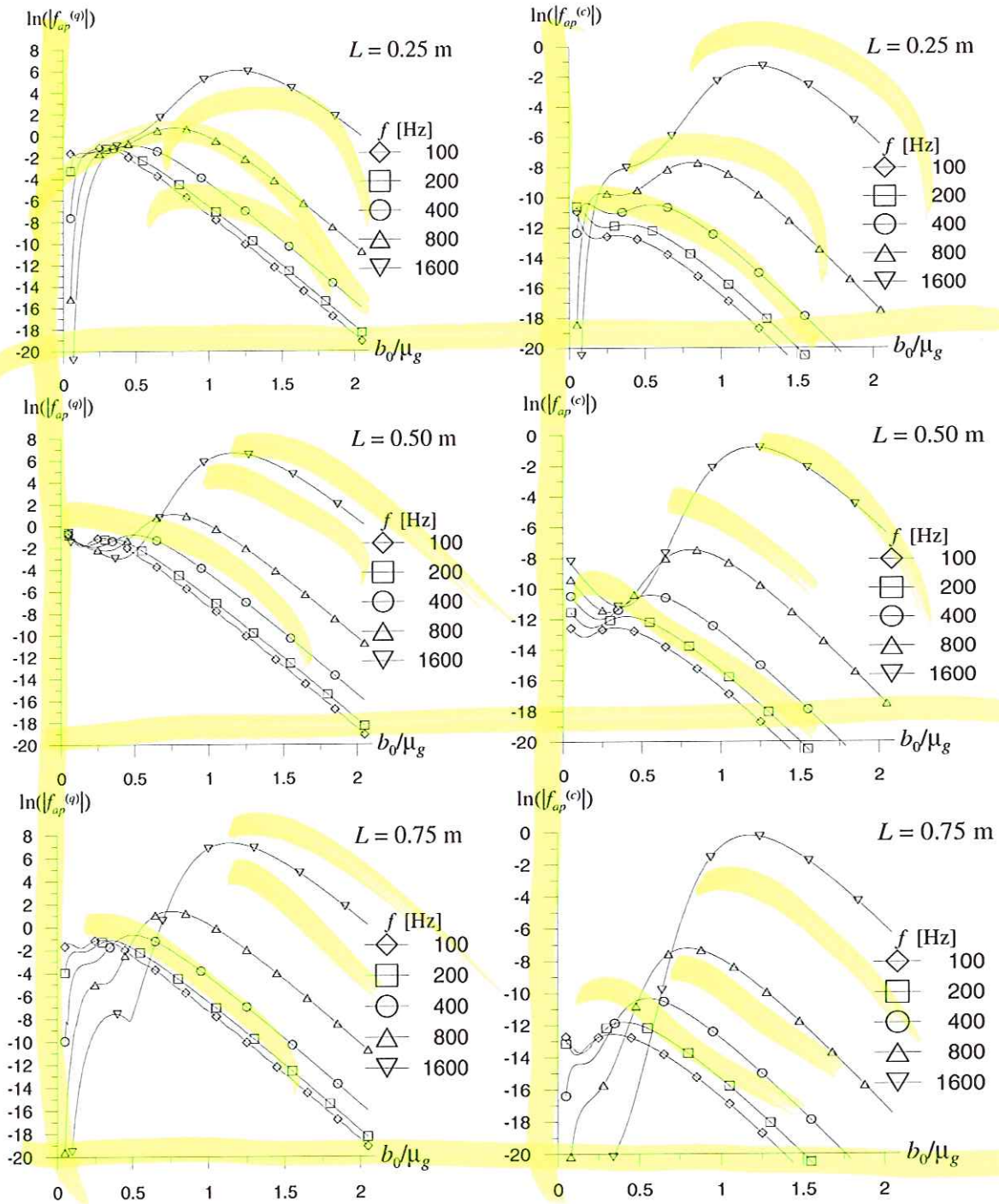
Rys. 33. Zależność amplitudy funkcji aparaturowej od położenia próbki dla $L/z_D = 0.33$ oraz dla różnych częstotliwości modulacji f i promieni wiązki sondującej b_0 – w lewej kolumnie dla diody kwadrantowej, a w prawej dla diody centroidalnej ($z_D = 1.5$ m, $\Delta z = 5$ mm)

Fig. 33. The dependence of the apparatus function amplitude on the sample position for $L/z_D = 0.33$ and for different modulation frequencies f and for different probing beam radii b_0 – in left column for quadrant diode and in right column for centroidal one ($z_D = 1.5$ m, $\Delta z = 5$ mm)

w obszarze przewężenia biegnie niemal równolegle do siebie i do powierzchni próbki. Ponieważ wiązka sondująca jest wąska w porównaniu z długością fali termicznej, więc promienie ulegają porównywalnej deflekcji (niemal stały gradient współczynnika załamania światła w obszarze wiązki) i nie wpływa to istotnie na rozbieżność wiązki sondującej. Minimum to jest dość wąskie i w jego obszarze amplituda funkcji aparaturowej jest funkcją szybkozmienną. Oznacza to, że wszelkie niestabilności relatywnego położenia przewężenia wiązki sondującej i próbki, np. na skutek niestabilnej pracy lasera, mogą wtedy istotnie wpływać na dokładność pomiaru. Należy zauważyć, że praktyka umiejscawiania przewężenia wiązki sondującej nad próbką jest dość powszechna, zwłaszcza wtedy, gdy do analizy sygnałów fotodeflekcyjnych stosuje się prostą teorię [120].

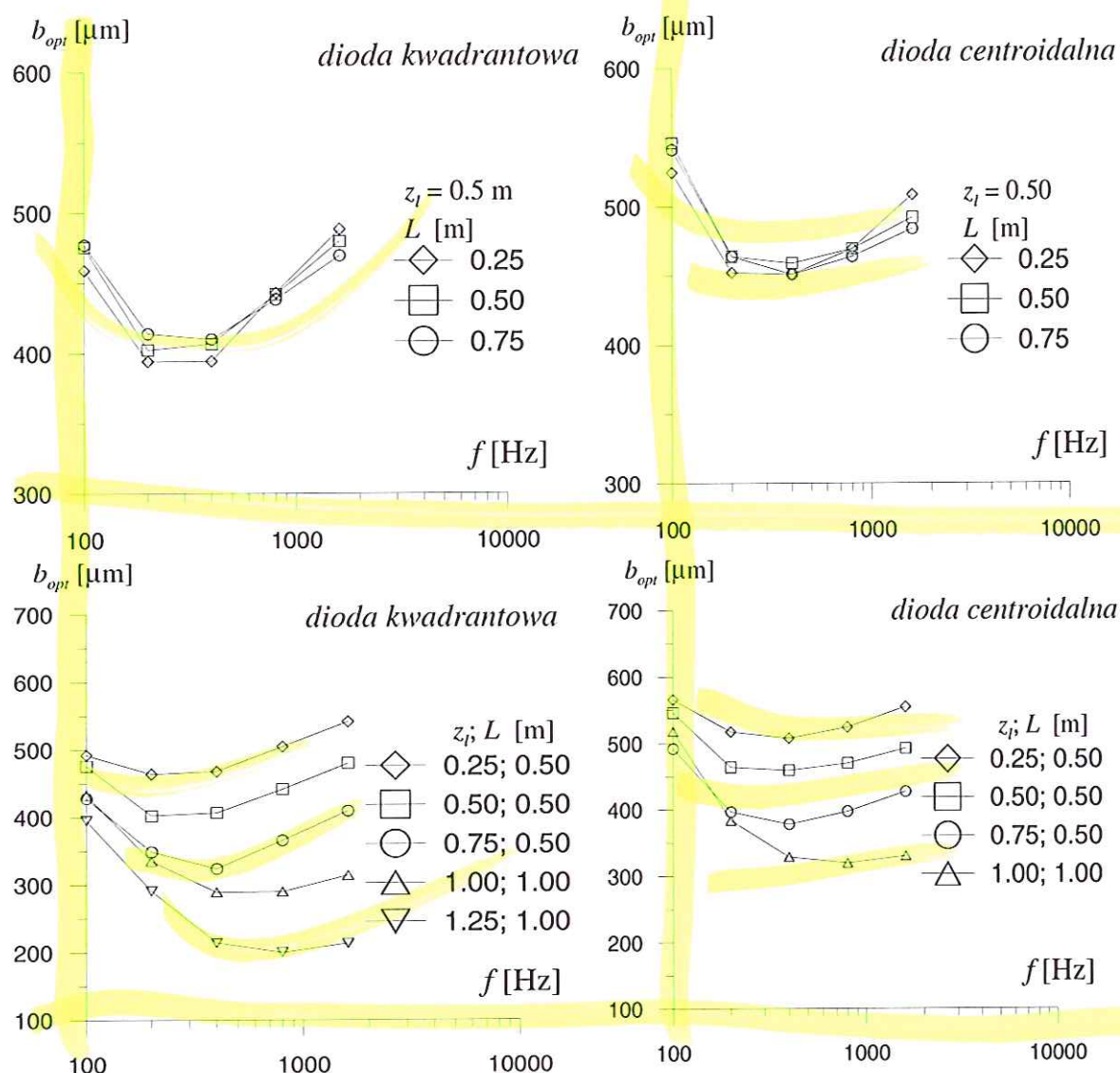
Z analizy wykresów na Rys. 33 wynika także, że w omawianych zakresach promieni wiązki sondującej i częstotliwości modulacji pola temperatury amplituda funkcji aparaturowej dla obu detektorów osiąga swoje maksima dla próbki znajdującej się zarówno przed, jak i za przewężeniem wiązki sondującej. Jednakże najkorzystniejsze położenia próbki znajdują się przed przewężeniem dla diody kwadrantowej, i za przewężeniem dla diody centroidalnej. Oczywiście, jest to tylko jakościowa sugestia, ale można ją uzasadnić fizycznie. Z porównania wzorów (305) i (307) wynika, że sygnały normalne z obu detektorów różnią się „funkcją wagową” występującą przy poprawce amplitudowej a_{D1} – dla diody kwadrantowej jest to $\text{sgn}(x_D)I_{G0x}(x_D)$, a dla diody centroidalnej $x_D I_{G0x}(x_D)$. Oznacza to, że w przypadku diody centroidalnej większą wagę przypisuje się promieniom odchylającym się bardziej od osi wiązki, a takich promieni jest więcej, gdy próbka znajduje się w obszarze rozbieżności wiązki sondującej, czyli za jej przewężeniem. Dla diody kwadrantowej sytuacja jest przeciwna – tutaj relatywnie większą wagę mają promienie biegnące blisko osi wiązki sondującej. Tych promieni z kolei jest więcej, gdy próbka znajduje się w obszarze zbieżności wiązki sondującej, czyli przed jej przewężeniem. I te różnice właśnie skutkują takim a nie innym wyborem optymalnego położenia próbki względem przewężenia wiązki sondującej.

Na Rys. 33 można również zauważyć, że amplituda funkcji aparaturowej zależy także od promienia wiązki sondującej b . Bardziej szczegółową analizę tej zależności przeprowadzono na Rys. 34 i Rys. 35. Podobnie jak poprzednio założono, że próbka nie przesłania wiązki ($h = 2b_s$). Widać, że dla obu detektorów zależności te są bardzo



Rys. 34. Zależność amplitudy funkcji aparaturowej od promienia wiązki sondującej b_0 w jej przewężeniu dla różnych częstotliwości modulacji f i dla różnych położeń przewężenia L – w lewej kolumnie dla diody kwadrantowej, a w prawej dla diody centroidalnej ($z_D = 1.5$ m, $\Delta z = 5$ mm)

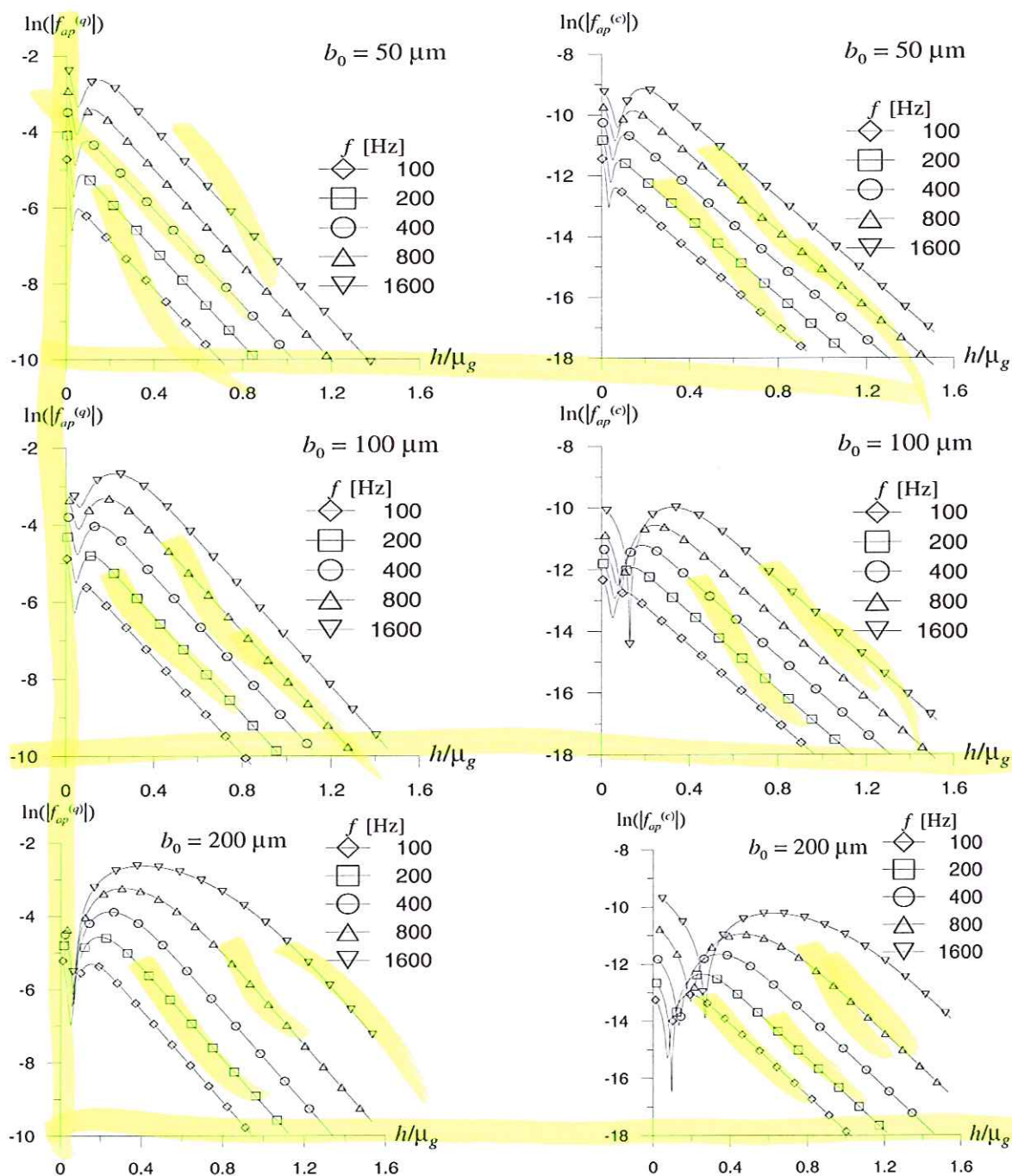
Fig. 34. The dependence of the apparatus function amplitude on the probing beam radius b_0 in the beam waist for different modulation frequencies f and for different probing beam waist positions L – in left column for quadrant diode and in right column for centroidal one ($z_D = 1.5$ m, $\Delta z = 5$ mm)



Rys. 35. Optymalne wartości b_{opt} promienia wiązek sondujących wyznaczone dla maksimów widocznych na Rys. 34 – w lewej kolumnie dla diody kwadrantowej, w prawej dla diody centroidalnej. Z wykresów w górnym wierszu wynika, że b_{opt} praktycznie nie zależy od położenia przewężenia wiązki L , a wykresy w dolnym wierszu wykazują istotną zależność b_{opt} od położenia próbki z_l

Fig. 35. The optimal probing beams radii b_{opt} obtained on the base of maxima observed on the Fig. 3 – in left column for quadrant diode and in right column for centroidal one. From upper row it appears that the b_{opt} values practically do not depend on probing beam waist position L , but from bottom row it is clear, that they depend on sample position z_l

podobne – pewne różnice występują tylko dla relatywnie wąskich wiązek sondujących ($b_0 < \mu_g$, gdzie $\mu_g = 2\pi/k_g$ jest długością fali termicznej). W badanym zakresie parametrów wszystkie krzywe osiągają swoje maksymalne wartości, które występują



Rys. 36. Zależność amplitudy funkcji aparaturowej od wysokości h wiązki sondującej nad próbką dla różnych częstotliwości modulacji f oraz dla różnych promieni b_0 tej wiązki w przewężeniu – w lewej kolumnie dla diody kwadrantowej, a w prawej dla diody centroidalnej ($z_D = 1.5$ m, $\Delta z = 5$ mm, $L = 0.5$ m, $z_I = 0.5$ m)

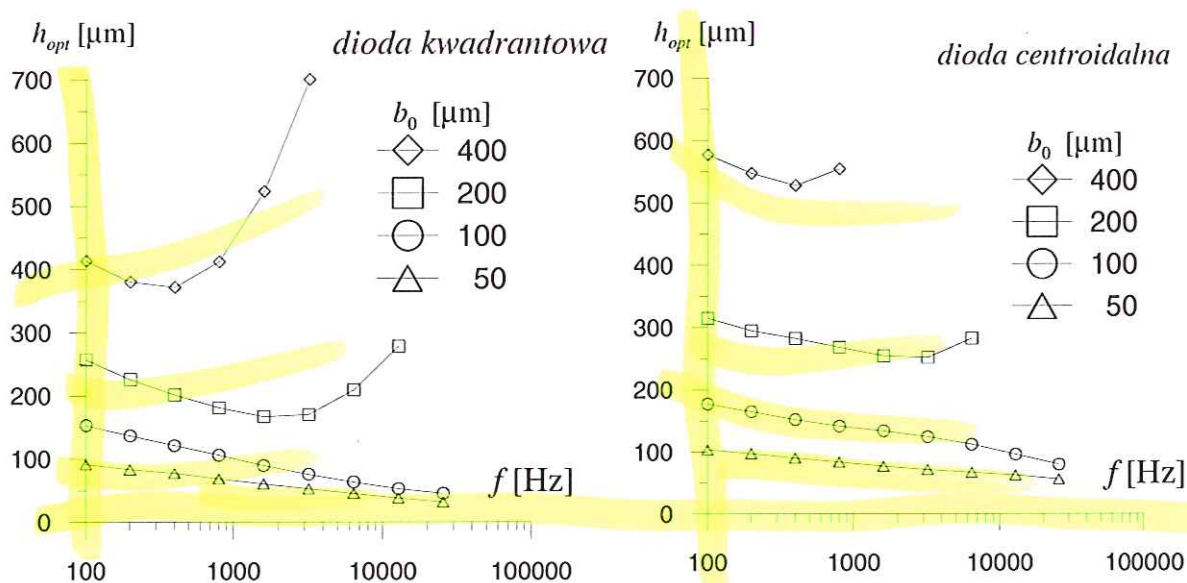
Fig. 36. The dependence of the apparatus function amplitude on the probing beam height h over the sample surface for different modulation frequencies f and for different probing beam radii b_0 in beam waist – in left column for quadrant diode and in right column for centroidal one. ($z_D = 1.5$ m, $\Delta z = 5$ mm, $L = 0.5$ m, $z_I = 0.5$ m)

dla optymalnych wartości promieni wiązek sondujących. Tak wyznaczone optymalne wartości promieni b_{opt} przedstawiono na Rys. 35. Jak widać, wartości te nie zależą w istotny sposób od położenia przewężenia wiązki sondującej i generalnie dla diody centroidalnej są większe niż dla diody kwadrantowej. Na podkreślenie zasługuje fakt, że wyznaczone optymalne wartości b_{opt} są dość duże – mieszczą się w zakresie od około 200 μm do 700 μm . Jest to znacznie więcej, niż zwykle stosuje się w eksperymencie (np. [134, 138]).

Jak już wspomniano, zależność sygnału fotodeflekcyjnego normalnego od wysokości wiązki sondującej nad próbką h jest dobrze znana. Na Rys. 33 i Rys. 34 przejawia się to eksponencjalnym zanikaniem amplitudy funkcji aparaturowej wraz ze wzrostem średnicy wiązki nad próbką b_s ($h = 2b_s$). Biorąc pod uwagę fakt, że wiązka gaussowska po oddziaływaniu z falą termiczną w konfiguracji Ramana-Natha nadal pozostaje wiązką gaussowską, możemy wielkość obciążenia wiązki sondującej na detektorze wyrazić wzorem:

$$h_D = h \sqrt{\frac{z_R^2 - (z_D - L)^2}{z_R^2 - (z_s - L)^2}}, \quad z_s = \frac{z_l + z_p}{2}. \quad (309)$$

Tutaj z_s reprezentuje położenie środka próbki. Oczywiście, w takim podejściu pomija się efekty dyfrakcyjne na krawędziach próbki. Wyniki obliczeń przedstawiono na Rys. 36. We wszystkich przypadkach przyjęta do obliczeń minimalna wysokość wiązki sondującej nad próbką wynosiła $h_{min} = 0.05b_0$ (tutaj $b_0 \cong b_s$, gdyż przyjęto $z_l = L$, co odpowiada najczęstszej sytuacji eksperymentalnej). Jak widać, ze wzrostem wysokości wiązki nad próbką amplituda funkcji aparaturowej najpierw osiąga lokalne minimum, następnie przyjmuje wartość maksymalną i na koniec maleje eksponencjalnie. Można przyjąć, że maksima funkcji aparaturowej są osiągane dla optymalnych wysokości wiązki sondującej nad próbką. Tak wyznaczone wysokości h_{opt} przedstawiono na Rys. 37. Generalnie można stwierdzić, że wyznaczone wysokości optymalne h_{opt} dla diody centroidalnej są większe, niż dla diody kwadrantowej (analogicznie, jak dla optymalnych promieni wiązek sondujących). Ponadto, w większości przypadków wyznaczone wielkości h_{opt} dla danych wiązek sondujących są większe od ich promieni b_0 , przy czym dla wąskich wiązek ($b_0 < 100 \mu\text{m}$) i niskich częstotliwości niemal dwukrotnie. Oznacza to, że wtedy efekty



Rys. 37. Optymalne wysokości h_{opt} wiązki sondującej nad próbką wyznaczone dla maksimów widocznych na wykresach z Rys. 36 – po lewej dla diody kwadrantowej, a po prawej dla diody centroidalnej
 Fig. 37. The optimal probing beams heights h_{opt} obtained on the base of maxima observed on the Fig. 5 – in left for quadrant diode and in right for centroidal one

przesłaniania wiązki sondującej są mało istotne. Jednakże na Rys. 36 widać, że jeżeli dla takich parametrów obniżyć wysokość wiązki sondującej i „wejść” w zakres przesłaniania tej wiązki, to funkcja jest jednak niekorzystny eksperymentalnie ze względu na szybozmiennność funkcji aparaturowej w tym obszarze, co może przejawiać się w pogorszeniu dokładności pomiarów. Z Rys. 37 widać również, że przesłanianie wiązki sondującej jest mniej nieistotne dla szerokich wiązek sondujących i wysokich częstotliwości modulacji. W pozostałych przypadkach wyznaczone wartości h_{opt} leżą w zakresie przesłaniania wiązki sondującej.

DODATKI

Dodatek 1 – $f_{ap}^{(c)}(h_D \rightarrow \infty)$

Wyrażenia dla funkcji aparaturowej zdefiniowanej w (308) dla układu pomiarowego przedstawionego na Rys. 32.

Detektor – dioda centroidalna;

Przebieg wiązki nad próbką – bez przesłaniania.

$$f_{ap}^{(c)}(h_D \rightarrow \infty) =$$

$$\frac{\pi \exp(-k_{gc} h)}{4k_{gc} z_{RD}^3} \left[f_{l\infty}^{(c)} \exp\left(\frac{k_{gc}^2 b_D^2}{4z_{RD}^2} z_{Rl}^2\right) - f_{p\infty}^{(c)} \exp\left(\frac{k_{gc}^2 b_D^2}{4z_{RD}^2} z_{Rp}^2\right) + f_{pl\infty}^{(c)} \right], \quad (D1.1)$$

gdzie:

$$f_{\beta\infty}^{(c)} = b_D^4 k_{gc}^2 z_{R\beta} (z_{RD}^2 - 2z_{RD} z_{Rc} + 2z_{Rc} z_{R\beta}) + 2b_D^2 z_{RD}^2 \left[k_{gc}^2 z_{RD} z_{R\beta} (z_{RD} - z_{R\beta}) + 2(z_{RD} - z_{Rc}) + 8z_{RD}^5 \right], \quad \beta = l, p; \quad (D1.2)$$

$$f_{pl\infty}^{(c)} = 4i\sqrt{\pi} b_D k_{gc} z_{RD}^5 \left[\exp\left(\frac{ik_{gc} b_D}{2z_{RD}} z_{Rl}\right) - \exp\left(\frac{ik_{gc} b_D}{2z_{RD}} z_{Rp}\right) \right]; \quad (D1.3)$$

$$k_{gc} = (1+i)k_g, \quad k_g = \sqrt{\Omega/(2\kappa_g)}; \quad (D1.4)$$

$$z_R = k_0 n_0 b_0^2, \quad z_{Rc} = z_R - iL, \quad z_{R\beta} = z_{Rc} + iz_{\beta}; \quad \beta = l, p, D. \quad (D1.5)$$

Dodatek 2 – $f_{ap}^{(c)}(h_D)$

Wyrażenia dla funkcji aparaturowej zdefiniowanej w (308) dla układu pomiarowego przedstawionego na Rys. 32.

Detektor – dioda centroidalna;

Przebieg wiązki nad próbką – z przesłanianiem.