

filtry, analizatory widma, itd., w których najczęściej wykorzystuje się światło laserowe, podstawowe znaczenie praktyczne ma opis oddziaływania akustooptycznego uwzględniający własności optycznych wiązek gaussowskich.

5.1. Podstawowe równania oddziaływań akustooptycznych

Propagację fal świetlnych w ośrodku optycznie niejednorodnym i niepochlaniającym opisuje równanie (por. Born i Wolf [1], Balakshij i in. [68])

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\hat{\epsilon} \cdot \vec{E}) = \Delta \vec{E} - \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}), \quad (203)$$

gdzie c jest prędkością światła w próżni, $\vec{E}$ jest natężeniem pola elektrycznego fali, a $\hat{\epsilon}$ jest tensorem przenikalności elektrycznej ośrodka. Równanie to jest mało użyteczne w praktyce (Petykiewicz [2], Mertens i in. [73]). Z równań (materiałowego i prawa Gaussa)

$$\vec{D} = \epsilon_0 \hat{\epsilon} \cdot \vec{E}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0, \quad (204)$$

wynika, że w ośrodkach optycznie jednorodnych, izotropowych i pozbawionych ładunków swobodnych drugi składnik po prawej stronie wzoru (203) znika. W ośrodkach niejednorodnych, a takimi zawsze są ośrodki z propagującą się w nich falą akustyczną, można pokazać (por. Born i Wolf [1]), że składnik ten jest proporcjonalny do $\epsilon_{1a} \lambda / \lambda_a \ll 1$, gdzie ϵ_{1a} jest amplitudą zmian przenikalności elektrycznej, a λ i λ_a są długościami fal świetlnej i akustycznej odpowiednio. W takiej sytuacji rozpatrywany składnik równania (203) można pominąć i propagację fal świetlnych w oddziaływaniu akustooptycznym opisuje równanie (por. komentarz po wzorze (5)):

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\hat{\epsilon} \cdot \vec{E}) = \Delta \vec{E}. \quad (205)$$

W równaniu tym można uwzględnić tłumienie fal świetlnych przyjmując, że przenikalność elektryczna jest wielkością zespoloną. Jednakże, oddziaływanie akustooptyczne zazwyczaj jest realizowane w ośrodkach o dobrej jakości optycznej, w których tłumienie fal świetlnych jest pomijalne.

Propagację fal sprężystych w kryształach opisuje równanie (Balakshij i in. [156], Sirotin i Shaskolskaya [74], Tucker i Rampton [75]):

?
mi ma
takiego minier

zamiast $\vec{u}$ mamy $\vec{s}$

$$\vec{\nabla} \circ \sigma^T = \rho \frac{\partial^2 \vec{s}}{\partial t^2} - \eta : \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla}), \quad (206)$$

gdzie σ jest tensorem naprężeń, η tensorem lepkości, ~~tensorem odkształceń~~, $\vec{s}$ wektorem przemieszczenia, a ρ gęstością ośrodka. Indeks T oznacza transponowanie. Drugi składnik po prawej stronie równania (206) opisuje tłumienie fali sprężystej. O ile tłumienie fal świetlnych w oddziaływaniu akustooptycznym może na ogół zostać pominięte, o tyle tłumienie fal akustycznych w wielu przypadkach jest istotne.

Propagująca się w ośrodku fala akustyczna wywołuje poprzez zjawisko fotosprężyste zmiany tensora nieprzenikalności elektrycznej. Zmiany te można zapisać w postaci (Sirotn i Shaskolskaya [156], Sapriel [76])

$$\kappa_1 = : (\vec{\nabla} \vec{s}), \quad (207)$$

gdzie

$$\hat{\kappa} = \kappa + \kappa_1, \quad \hat{\kappa} = \hat{\varepsilon}^-, \quad \kappa = \varepsilon^-, \quad \hat{\varepsilon} = \varepsilon + \varepsilon_1. \quad (208)$$

Tutaj ε i κ oznaczają tensory przenikalności i nieprzenikalności elektrycznej ośrodka niezaburzonego przez falę akustyczną. Ponadto, ~~oznacza tensor stałych~~ fotosprężystych, w ogólnym przypadku uwzględniający efekty prosty, nieprosty (poprzez zjawiska elektrooptyczne i piezoelektryczne) oraz wpływ lokalnych obrotów ośrodka (Sirotn i Shaskolskaya [74], Sapriel [76]). Uwzględniając, że zmiany obu tensorów są bardzo małe, otrzymujemy:

$$\varepsilon_1 \cong -\varepsilon \cdot \kappa_1 \cdot \varepsilon. \quad (209)$$

Układ równań (205) – (208) jak zwykle należy uzupełnić o odpowiednie warunki brzegowe. Jeżeli interesują nas tylko rozwiązania ustalone, to warunki początkowe są nieistotne. Rozwiązanie ogólne tego układu równań ze względu na jego skomplikowanie nie wchodzi w rachubę. Zresztą, rozwiązanie takie byłoby prawdopodobnie mało użyteczne. Na ogół poszukuje się rozwiązań dla określonych zastosowań. Ze względu na różne cechy można tutaj wyróżnić kilka grup zagadnień. Do podstawowych należy podział oddziaływań akustooptycznych na oddziaływania typu Ramana-Natha i typu Bragga. Generalnie można stwierdzić, że pierwsze z nich zachodzą dla fal akustycznych o względnie małej częstotliwości (do kilku MHz) i/lub krótkich dróg oddziaływania, a drugie dla bardzo wysokich częstotliwości (powyżej kilkudziesięciu MHz) i/lub długich dróg oddziaływania. Jak z tego wynika, istnieje również pewien obszar przejściowy pomiędzy tymi dwoma rodzajami oddziaływań. Obszar ten również był intensywnie badany zarówno od strony teoretycznej, jak

2
nie ma
tego numeru

i eksperymentalnej. Ponadto, ze względu na stan polaryzacji fali świetlnej oddziaływania akustooptyczne dzielimy na izotropowe (polaryzacje fal świetlnych przed oddziaływaniem z falą akustyczną i po tym oddziaływaniu są takie same) i anizotropowe (polaryzacje fal świetlnych przed i po oddziaływaniu są różne). Te ostatnie są charakterystyczne dla oddziaływań akustooptycznych w ośrodkach optycznie anizotropowych i/lub dla oddziaływań z poprzeczną falą akustyczną. Wyróżnia się także oddziaływania kolinearne i niekolinearne. Pierwsze z nich mają miejsce, gdy wiązka świetlna i akustyczna biegną w obszarze oddziaływania równoległe (lub niemal równoległe) do siebie. W drugim przypadku w obszarze oddziaływania obie wiązki przecinają się pod znacznym kątem, często bliskim kątowi prostemu.

Geometrię oddziaływania akustooptycznego dobrze oddaje kwantowy obraz tego oddziaływania. Wiązki świetlna i akustyczna mogą być przedstawione jako strumienie fotonów i fononów odpowiednio. Oznacza to, że oddziaływanie akustooptyczne wynika z oddziaływania foton-fonon. Przykładowe schematy tych oddziaływań przedstawiono na Rys. 2. Można je podzielić na dwie grupy – procesy z generacją fotonu i procesy z generacją fononu. Pierwsze z nich odgrywają istotną rolę w każdym oddziaływaniu akustooptycznym. Drugie natomiast, przy standardowych natężeniach światła, mogą być pominięte. Przyczyną tego jest względnie mała gęstość strumienia fotonów w wiązce świetlnej w porównaniu z gęstością strumienia fononów wiązki akustycznej. W takiej sytuacji można przyjąć, że fala akustyczna w oddziaływaniu akustooptycznym praktycznie nie ulega zmianie. Procesy kreacji fononów stają się istotne gdy oddziałują gigantyczne impulsy światła (Shkerdin i in. [77], Bukowski i Kleszczewski [78])). W każdym oddziaływaniu foton-fonon muszą być spełnione zasady zachowania pędu i energii:

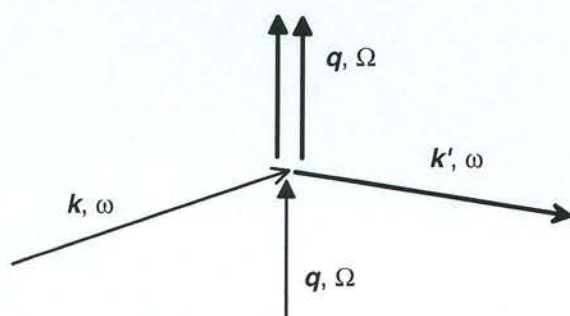
$$\vec{k} = \vec{k}' + \vec{q}, \quad \omega = \omega' + \Omega. \quad (210)$$

Relacje (210) wraz z prawami dyspersji dla fal świetlnych i akustycznych określają geometrię oddziaływania akustooptycznego.

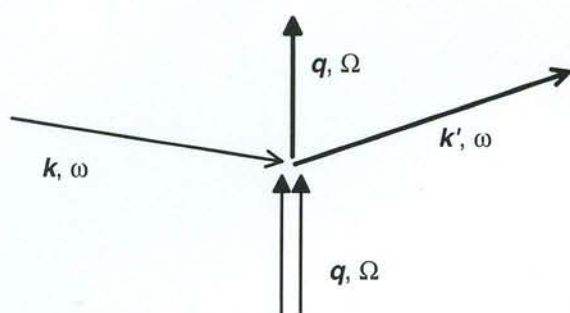
Schematy pokazane na Rys. 2 są charakterystyczne dla ośrodków optycznie i akustycznie izotropowych i bezdyspersyjnych. Biorąc pod uwagę, że w takim przypadku mamy $k \approx k' \gg q$, to kąt „padania” fotonu na kierunek fononu wynosi

$$\Theta_B \cong \frac{q}{2k} = \frac{\lambda}{2n\lambda_a}, \quad (211)$$

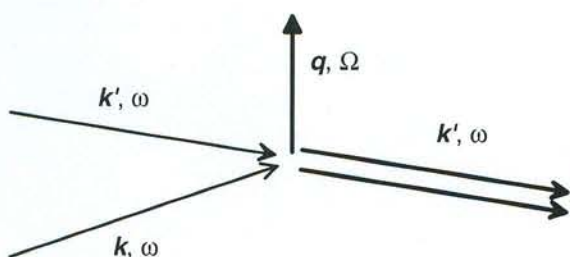
- a) oddziaływanie stokesowskie ~
~stokesian process



- b) oddziaływanie antystokesowskie ~
~ anti-stokesian process



- c) generacja fononów ~
~ phonons generation



Rys. 2. Diagramy opisujące procesy kwantowe w oddziaływaniu akustooptycznym. Wielkości k, k', ω, ω' oznaczają wektory falowe i częstotliwości kołowe fotonów, natomiast q i Ω wektor falowy i częstotliwość kołową fononu (odpowiednio)

Fig. 2. Diagrams for description of quantum processes in acoustooptical interaction. Quantities k, k', ω, ω' are wave vectors and circular frequencies of photons, whereas q and Ω are wave vector and circular frequency of phonon (respectively)

który nazywamy kątem Bragga. Tutaj λ jest długością fali świetlnej w próżni, a n współczynnikiem załamania światła ośrodka. Z obrazu kwantowego wynika, że oddziaływanie akustooptyczne fal płaskich zachodzi wyłącznie pod kątem Bragga. W falach, które nie są płaskie, występuje pewne spektrum przestrzenne wektorów falowych i oddziaływanie akustooptyczne takich fal może zachodzić pod „wieloma” kątami. Ponadto, w takim przypadku wiązki powstające w wyniku oddziaływania mogą ponownie spełniać warunki dopasowania (210), w wyniku czego mogą pojawiać się kolejne wiązki świetlne. Ten mechanizm jest podstawą wielu metod rozwiązywania układu równań (205) – (208). Rozwiązanie przedstawia się w postaci sumy fal o częstotliwościach i wektorach falowych wynikających z wielokrotnego stosowania warunków (210), przy czym wiązka wynikająca z m -krotnego oddziaływania foton-fonon jest sprzężona tylko z dwiema sąsiednimi wiązkami: $m-1$ i $m+1$.

Dla przykładu, rozważmy najprostszą wersję (Bergman [71]) oddziaływania Ramana-Natha płaskich fal: świetlnej o częstotliwości ω i wektorze falowym k propagującej się wzdłuż osi OZ i akustycznej o częstotliwości Ω i wektorze falowym q

propagującej się wzdłuż osi OX w ośrodku izotropowym. Fala akustyczna o małym natężeniu powoduje przede wszystkim zmianę fazy fali świetlnej (defleksja wiązki świetlnej jest zaniedbywalna)

$$\Delta\varphi(x, z) = k\Delta n \cos(\Omega t - qx) [(z - z_l)H(z - z_l) - (z - z_p)H(z - z_p)] \quad (212)$$

Przyjęto, że wiązka akustyczna propaguje się w obszarze o szerokości $\Delta z = z_p - z_l$ ($H(z)$ oznacza funkcję skokową Heaviside'a), a Δn jest amplitudą zmian współczynnika załamania ośrodka wywołanych falą akustyczną. Z zależności (209) wynika, że Δn jest wprost proporcjonalne do wektora falowego i amplitudy fali akustycznej. W tej sytuacji natężenie pola elektrycznego fali świetlnej po przejściu przez obszar oddziaływania ma postać

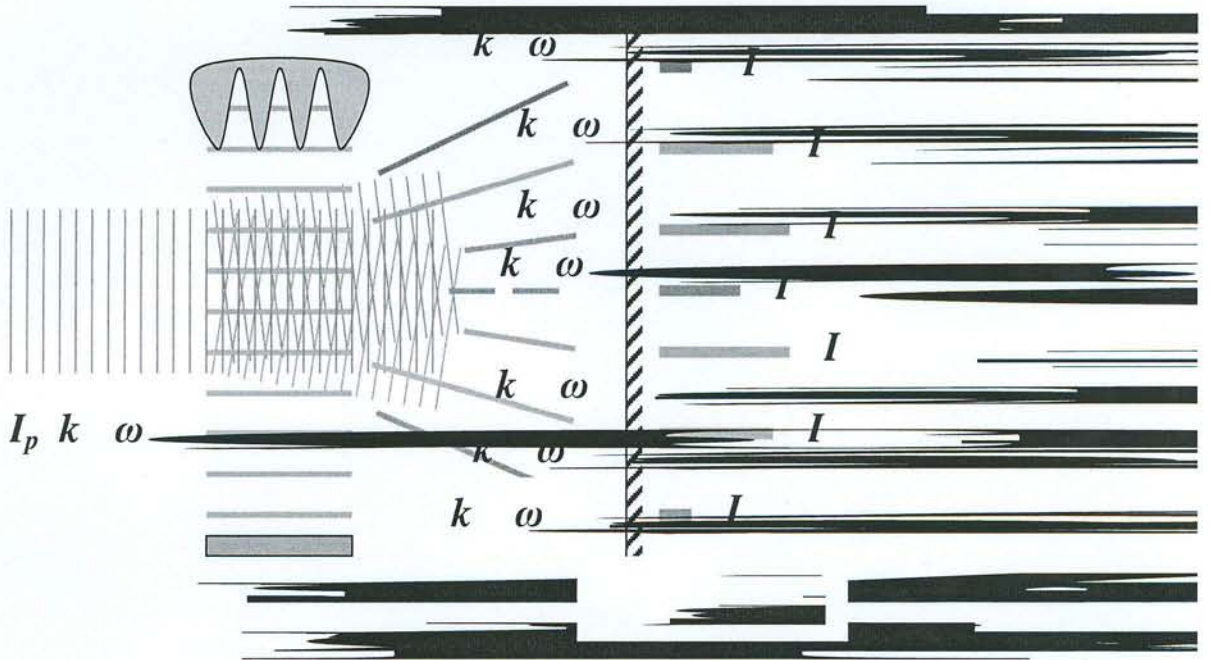
$$E_y = E_{y0} \exp\{i[\omega t - kz + p_{RN} \cos(\Omega t - qx)]\} = \\ = E_{y0} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i^m J_m(p_{RN}) \exp\{i[(\omega + m\Omega)t - (kz + mqx)]\}, \quad (213)$$

gdzie J_m oznacza zwykłą funkcję Bessela rzędu m , E_{y0} amplitudę natężenia pola elektrycznego, a $p_{RN} = k\Delta n\Delta z$ jest tzw. parametrem Ramana-Natha. W wyrażeniu (213) wykorzystano własności funkcji tworzącej dla funkcji Bessela (McLachlan [79]). Fizycznie jest ono słuszne dla niewielkich wartości parametru Ramana-Natha. Przedstawia ono nieskończony zbiór wiązek ugiętych na fali akustycznej, posiadających częstotliwości $\omega_m = \omega + m\Omega$ i propagujących się pod kątami $\text{tg}(\alpha_m) = mq/k$ do osi OZ . Z własności funkcji Bessela wynika, że obraz dyfrakcyjny jest symetryczny względem kierunku OZ . Należy tutaj podkreślić, że przy przyjętej geometrii oddziaływania tylko fala świetlna spolaryzowana wzdłuż osi OY nie zmienia swojej polaryzacji (oddziaływanie izotropowe), co wyraźnie ujęto we wzorze (213). Schemat takiego „podstawowego” oddziaływania Ramana-Natha przedstawiono na Rys. 3.

Gdy wiązki świetlna i akustyczna oddziałują pod kątem różnym od kąta prostego (dla kąta padania Θ) w obrazie dyfrakcyjnym pojawia się asymetria. Fakt ten możemy uwzględnić za pomocą mechanizmu opisanego powyżej, co formalnie oznacza uogólnienie rozwiązania (213) do postaci:

$$E_y = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} E_m(z) \exp[i(\omega_m t - \vec{k}_m \cdot \vec{r})], \quad \vec{k}_m = [k_x + mq, 0, k_z], \quad \vec{k} = [k \sin \Theta, 0, k \cos \Theta], \quad (214)$$

Dodano ten rysunek



Rys. 3. Schemat standardowego oddziaływania Ramana-Natha. Ekran najczęściej znajduje się w płaszczyźnie ogniskowej soczewki skupiającej (nie pokazanej na rysunku)

Fig. 3. The scheme of standard Raman-Nath interaction. The screen in most cases is placed at focus plane of a focused lens (not showed on the figure)

gdzie amplitudy E_m należy wyznaczyć z warunku, że rozwiązanie to musi spełniać równanie (205). Jeżeli założymy, że amplitudy wiązek ugiętych są funkcjami wolnozmiennymi w przestrzeni, tzn. że $\partial^2 E_m / \partial z^2 \ll k(\partial E_m / \partial z)$, to muszą one spełniać nieskończony układ równań

$$\frac{dE_m}{dz} - 2ib_m E_m = -iw_{mm}(E_{m-1} + E_{m+1}), \quad (215)$$

gdzie

$$E_m(z = z_l) = E_{y0} \delta_{m0}, \quad b_m = \frac{k_m^2 - k_{Bm}^2}{4k_z}, \quad w_{mn} = \frac{\epsilon_{1a}}{\epsilon} \frac{k_{Bn} k_{Bm}}{4k_z}, \quad k_{Bm}^2 = \frac{\epsilon \omega_m^2}{c^2}. \quad (216)$$

W ostatnich wzorach δ_{mn} oznacza deltę Kroneckera, a $\epsilon_{1a} \approx 2n\Delta n$ jest amplitudą zmian przenikalności elektrycznej ośrodka. W pierwszym przybliżeniu z układu równań (215) należy pozostawić tylko dwa równania – dla E_0 i E_{+1} lub dla E_0 i E_{-1} . Te dwa równania można rozwiązać w przybliżeniu tzw. zadanej amplitudy pola pompującego, co daje

$$E_0 \cong E_{y0} = \text{const}, \quad E_{\pm 1} = iE_{y0} w_{\pm 11} z \exp(ib_{\pm 1} \Delta z) \text{sinc}(b_{\pm 1} \Delta z), \quad (217)$$

— poprawiono błęd drukarski z publikacji
 V_0 na E_0 , V_1 na E_1 oraz V_{-1} na E_{-1}

lub uwzględnić zmiany natężenia w obydwu wiązkach, co daje

$$E_0 = E_{y0} \exp(ib'_{\pm 1} \Delta z) \sqrt{1 - [w_{0\pm 1}(\Delta z) \operatorname{sinc}(\sqrt{b_{\pm 1}^2 + w_{0\pm 1}^2} \Delta z)]^2},$$

$$E_{\pm 1} = iE_{y0} w_{\pm 1\pm 1} \Delta z \exp(ib_{\pm 1} \Delta z) \operatorname{sinc}(\sqrt{b_{\pm 1}^2 + w_{0\pm 1}^2} \Delta z). \quad (218)$$

We wzorach (217) i (218) mamy

$$b'_{\pm 1} = b_{\pm 1} - (1/\Delta z) \arctg[b_{\pm 1} \Delta z \operatorname{tg}(\sqrt{b_{\pm 1}^2 + w_{0\pm 1}^2} \Delta z)],$$

$$\operatorname{sinc}(\gamma) = \frac{\sin(\gamma)}{\gamma}, \quad \operatorname{tg}(\gamma) = \frac{\operatorname{tg}(\gamma)}{\gamma}.$$

dodano co
pozwoliło uzyskać
wzór z pullhazy
(219) w prostszej
formie porównano
z Δz

$V_{\pm 1}$ poprawiono na $E_{\pm 1}$

z poprawin
na Δz

Z obydwu wyrażeń na $E_{\pm 1}$ wynika, że osiągają one maksymalną wartość gdy $\theta \equiv \theta_B$, czyli gdy jest spełniony warunek dopasowania. Ponadto, w drugim przypadku, w zależności od długości drogi oddziaływania Δz , następuje wzajemne przepompowywanie energii z wiązki padającej do wiązki ugiętej i z powrotem. Przedstawione wyrażenia opisują tzw. dyfrakcję Bragga. Pozostają one słuszne, gdy natężenia światła w wyższych rzędach dyfrakcyjnych są pomijalne. Można je uwzględnić biorąc pod uwagę więcej równań z układu (215).

Rozwiązania równań akustooptyki (205) – (208) określają rozkład natężenia pola elektrycznego fali świetlnej na wyjściu z obszaru oddziaływania. Propagacja wiązek świetlnych poza tym obszarem wymaga dalszej analizy. Wykorzystuje się tutaj teorię dyfrakcji fal elektromagnetycznych, np. wzór całkowy Kirchhoffa (Born i Wolf [1], Petykiewicz [2]). Można również bezpośrednio sformułować zagadnienie oddziaływań akustooptycznych w języku równań całkowych, np. (Bhatia i Noble [80], Bodzenta i Kleszczewski [81]). Pozwala to otrzymać wyrażenia na rozkład pola elektrycznego fal świetlnych bezpośrednio w obszarze detekcji (po oddziaływaniu z falą akustyczną).

Przedstawione przykłady opisu oddziaływania akustooptycznego cechuje pewna niekonsekwencja. Zgodnie z obrazem kwantowym oddziaływanie akustooptyczne fal płaskich może zachodzić tylko przy spełnieniu warunków dopasowania, czyli gdy wiązki oddziałują pod kątem Bragga. Tymczasem z opisów tych wynika, że w przypadku dyfrakcji Ramana-Natha pojawiają się oddziaływania wielokrotne, a w przypadku dyfrakcji Bragga oddziaływanie zachodzi także pod kątami różnymi od kąta Bragga. Otrzymane wyniki są konsekwencją zastosowanych uproszczeń, które zresztą są dobrze uzasadnione fizycznie. Należy dodać, że wyniki te zostały potwierdzone eksperymentalnie. Jednakże bardziej poprawny opis teoretyczny

powinien uwzględniać fakt, że wszystkie oddziałujące akustooptycznie wiązki falowe są wiązkami przestrzennie ograniczonymi.

5.2. Oddziaływanie akustooptyczne optycznych wiązek ograniczonych

Jest oczywiste, że podstawą opisu oddziaływania akustooptycznego realnych wiązek falowych są metody opisu teoretycznego wiązek ograniczonych przestrzennie i czasowo. Ograniczenia czasowe są istotne w badaniach oddziaływań impulsowych i w tej pracy nie są rozważane. Podstawowym narzędziem używanym do opisu wiązek ograniczonych przestrzennie jest analiza fourierowska. Innym ważnym narzędziem jest metoda promieniowa, ogólniej metody optyki geometrycznej, tradycyjnej i zespolonej. Wykorzystywane są również równania całkowe dla pola elektromagnetycznego.

5.2.1 Zastosowanie transformacji Fouriera

Jedną z pierwszych prac poświęconych oddziaływaniu optycznej wiązki gaussowskiej z falą akustyczną jest praca Hargrove'a [82]. Autor rozpatrzył w niej standardowe oddziaływania Ramana-Natha z płaskorównoległą wiązką akustyczną biegnącą prostopadle do gaussowskiej wiązki optycznej w obszarze jej przewężenia. Formalnie wiązka akustyczna mogła mieć dowolny przebieg czasowy, lecz końcowe wyniki podano dla jednorodnej fali harmoniczej. Aby wyznaczyć rozkład natężenia pola elektrycznego zastosowano całkę dyfrakcyjną (por. Born i Wolf [1]):

Tutaj a zamiast u_0
na b_0 patrz
wzrost w 48

$$E = E_{y0} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i(k_x x - \alpha x)] \exp[iv(\varphi_a(t))] \exp\left(-\frac{x^2}{2b_0^2}\right) dx,$$

$$k_x = k \sin \Theta, \quad v(\varphi_a(t)) = q \Delta z n(\varphi_a(t)), \quad \varphi_a(t) = qx - \Omega t. \quad (220)$$

Funkcja v przedstawia zmianę fazy fali świetlnej spowodowaną zmianami współczynnika załamania światła n wywołanymi falą akustyczną. Funkcję tę często nazywa się funkcją przejścia (por. Chatterjee i in. [83]), a samą metodę obliczeniową metodą (formalizmem) funkcji przejścia. Parametr b jest natężeniowym promieniem wiązki gaussowskiej w przewężeniu, a $\varphi_a(t)$ jest fazą fali akustycznej. W wyrażeniu tym zastosowano uproszczenie, które polegało na całkowaniu tylko w płaszczyźnie

powinno
być b_0

$z = 0$, zamiast po całej objętości zajmowanej przez falę akustyczną. Wykorzystując transformatę Fouriera

$$\exp[i v(\varphi_a(t))] = \sum_{-\infty}^{+\infty} \Phi_m \exp(im\varphi_a(t)), \quad (221)$$

otrzymuje się

$$E = E_{y0} \sum_{-\infty}^{+\infty} \Phi_m W_m \exp[-i(\omega + m\Omega)t], \quad (222)$$

gdzie

$$W_m = \exp\left[-\frac{1}{2}(k_x + mq)^2 b_0^2\right] = \exp\left[-(\pi G(H + m))^2\right], \quad G = \frac{\sqrt{2}b_0}{\lambda_a}, \quad H = \frac{\lambda_a}{\lambda} \sin\Theta. \quad (223)$$

Wielkość W_m nosi nazwę parametru przekrycia. Gdy $G \rightarrow \infty$ (szeroka wiązka gaussowska), parametr ten jest istotnie różny od zera tylko gdy $(H \ominus m) \rightarrow 0$, czyli dla $\sin\Theta = -m\lambda/\lambda_a$ (warunek dopasowania, kąty Bragga). Oznacza to, że mamy wówczas do czynienia z „dyskretnymi” rzędami dyfrakcyjnymi. Jeżeli $v(\varphi_a(t)) = p_{RN}\sin(\varphi_a(t))$, to obliczając odwrotną transformatę Fouriera z (221) otrzymujemy

$$\Phi_m = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(p_{RN} \sin \varphi_a - m\varphi_a) d\varphi_a = J_m(p_{RN}) \quad (224)$$

(jak w (213)). Gdy $G \approx 1$ („wąska” wiązka gaussowska), otrzymuje się mniej lub bardziej „ciągły” (w odróżnieniu od „dyskretnego”) rozkład natężenia światła, który można obliczyć uśredniając po czasie wyrażenie $EE^* = |E|^2$, gdzie E określa wzór (222). Obliczenia przewidują, że – w porównaniu do przypadku wiązki szerokiej – wiązki ugięte ulegają poszerzeniu, a nawet częściowo przekrywają się.

Należy podkreślić, że problem oddziaływania wąskich wiązek gaussowskich w obszarze Ramana-Natha jest ciągle aktualny. Zagadnieniu temu jest poświęcona praca Ohtsuki i Tanone’a [84]. Od strony teoretycznej praca ta nie wnosi nowych elementów, ale podano w niej porównanie wyników obliczeń z pomiarami, wykazujące dobrą zgodność. Jedną z ostatnich prac poświęconych temu zagadnieniu jest praca Windelsa i Leroy [85]. Autorzy zastosowali dekompozycję padającej wiązki gaussowskiej na przestrzenne składowe fourierowskie. Przyjęto, że przewężenie tej wiązki znajduje się na wejściu ($z_l = 0$) w obszar oddziaływania z płaskorównoległą wiązką akustyczną. Następnie, dla każdej z tych składowych zastosowano wyrażenie na zmianę fazy w polu jednorodnej fali akustycznej podane w książce Korpela (1988)

poprawiony
znak

[86]. Na wyjściu z obszaru oddziaływania akustooptycznego zmienione składowe fourierowskie złożono w wypadkową wiązkę wyjściową opisywaną wyrażeniem:

$$E(x, z = z_p, t) = E_{y0} e^{i\omega t} \times$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \exp \left\{ \left(-ik_x x - ik_z z_p - k_x^2 b_0^2 \right) - i \frac{k^2 n}{k_z} \left[\Delta n \Delta z \operatorname{sinc} \left(\frac{q k_x \Delta z}{2 k_z} \right) \sin \left(\frac{q k_x \Delta z}{2 k_z} - \varphi_a(t) \right) \right] \right\} \quad (225)$$

Aby obliczyć tę całkę wyrażenie fazowe w wykładniku ostatniej eksponenty rozwinęto w szereg, i to z dokładnością do wyrazów proporcjonalnych do k_x^2 . Wyraz wolny tego rozwinięcia daje wyniki zgodne z otrzymanymi w pracy Hargrove'a [82]. Uwzględnienie pozostałych składników daje:

$$E(x, z = z_p = \Delta z, t) =$$

$$E_{y0} \left[\exp \left\{ i(\omega t - kn\Delta z + k\Delta n\Delta z \sin \varphi_a(t)) - \frac{\left[x + \frac{q\Delta n(\Delta z)^2}{2} \cos \varphi_a(t) \right]^2}{2 \left[b^2 - i \left(\frac{\Delta z}{k} - \frac{4}{3} k\Delta n\Delta z \left(\frac{q\Delta z}{2k} \right)^2 \sin \varphi_a(t) \right) \right]} \right\} \right] \cdot \sqrt{2\pi} \sqrt{b_0^2 - i \left[\frac{\Delta z}{k} - \frac{4}{3} k\Delta n\Delta z \left(\frac{q\Delta z}{2k} \right)^2 \sin \varphi_a(t) \right]} \quad (226)$$

W wyrażeniu tym można zauważyć istotne zmiany w postaci gaussowskiej obwiedni wiązki. Widać, że położenie centrum wiązki jest modulowane z częstotliwością fali akustycznej. Za zjawisko to jest odpowiedzialna defleksja (wygięcie) wiązki świetlnej w polu fali akustycznej. Widać również, że szerokość wiązki staje się wielkością zespoloną. Powoduje to również modulowane poszerzanie wiązki (w porównaniu z jej średnicą na wejściu) oraz dodatkowe przesunięcie jej fazy. Zmiany szerokości wiązki świetlnej zostały określone jako ogniskowanie i rozogniskowanie (deogniskowanie) tej wiązki. Efekty te w omawianej pracy Windelsa i Leroy [85] zostały zilustrowane wykresami i porównane z wynikami pracy Hargrove'a [82]. Należy jednak dodać, że w pomiarach oddziaływania typu Ramana-Natha modulacja położenia wiązki świetlnej na skutek jej defleksji w polu fali akustycznej na ogół nie jest rejestrowana. Wymaga to zastosowania specjalnych technik pomiarowych. Zazwyczaj pomiarowi podlega średnie w czasie natężenie wiązki świetlnej w danym miejscu płaszczyzny detekcji,

która przeważnie znajduje się w polu dalekim. W omawianej pracy pole dalekie otrzymano poprzez transformację Fouriera wyrażenia (226). Porównanie otrzymanych w ten sposób rozkładów natężenia światła w badanej wiązce z rozkładami otrzymanymi w pracy Hargrove'a [82] pokazuje, że według nowego modelu wiązki są szersze i o mniejszym maksymalnym natężeniu.

Jedną z pierwszych prac poświęconych analizie oddziaływania Bragga z udziałem optycznej wiązki gaussowskiej jest praca Magdicha i Molchanova (1977) [87]. Autorzy zastosowali procedurę podobną do użytej w pracy Windelsa i Loroy [85] (formalizm funkcji przejścia). Rozpatrzono przypadek, gdy oś wiązki optycznej pada pod kątem Bragga na płaskorównoległą, jednorodną wiązkę akustyczną. Padającą na kolumnę ultradźwięków optyczną wiązkę gaussowską (gaussowską tylko w jednym wymiarze, tzn. cylindryczną) za pomocą transformacji Fouriera rozłożono na jej widmo przestrzenne. Każda składowa tego widma oddziałuje niezależnie od pozostałych z jednorodną i płaską falą akustyczną, i na skutek tego oddziaływania składowe te ulegają zmianie zgodnie z zależnością (217). Wszystkie składowe widma wiązki ugiętej po opuszczeniu obszaru oddziaływania zostały złożone w wyjściową wiązkę świetlną (na „wyjściu” z obszaru oddziaływania) za pomocą odpowiedniej retransformaty Fouriera. Końcowe wyniki zostały przedstawione jako funkcja parametru będącego stosunkiem rozbieżności kątowych wiązek świetlnej i akustycznej: $d_a = [\lambda/(\sqrt{2\pi}b)]/[\lambda_a/(2\Delta z)]$. Wyniki te zależą także od mocy wiązki akustycznej, czyli od „siły” oddziaływania akustooptycznego. Dla słabego oddziaływania i $b \rightarrow \infty$ (szeroka wiązka świetlna, $d_a \rightarrow 0$) otrzymuje się przebiegi jak dla fal płaskich (por. (217) i (218)). Gdy przy słabym oddziaływaniu mamy $d_a \gg 1$, to sprawność dyfrakcji Bragga ustala się na stałym poziomie, ponieważ z wiązką akustyczną oddziałuje tylko część wiązki świetlnej (tylko coraz mniejsza „część” wiązki świetlnej spełnia warunki dopasowania (210)). Przy silnym oddziaływaniu występuje przepompowywanie energii między wiązkami padającą i ugiętą, jednakże nie jest możliwe przepompowanie całej energii (jak to przewiduje wzór (218)). W swojej następnej pracy (Magdich i Molchanov (1980) [88]) autorzy uogólnili te wyniki na przypadek dwuwymiarowych wiązek gaussowskich oraz podali wyrażenia na pole wiązki ugiętej w strefie dalekiej.

Szczególne miejsce w opisie oddziaływania akustooptycznego wiązek falowych o dowolnych rozkładach amplitud zajmują prace A. Korpela i jego współpracowników (Korpel (1979) [89], Korpel i Poon [90], Poon i Korpel [91], Chatterjee i in. [92]).

W pracach tych rozpatrzono – podobnie jak w poprzednich – rozpraszanie w płaszczyźnie XZ , lecz po raz pierwszy uwzględniono dowolny rozkład pola także w wiązce akustycznej. Jednakże, tradycyjnie zaniedbano tłumienie fal akustycznych oraz zmiany pola akustycznego spowodowane oddziaływaniem akustooptycznym. Podstawą analizy jest układ równań (215), w którym należy uwzględnić zależność amplitudy pola akustycznego od położenia. Zależność ta występuje we wzorze (209). Rozważania przeprowadza się w przestrzeni Fouriera, przy czym:

$$s(\vec{\rho}) = \int \tilde{s}(\vartheta) \exp(-i\vec{q} \circ \vec{\rho}) d\vartheta,$$

$$E_m(\vec{\rho}) = \int \tilde{E}_m(z, \Theta) \exp(-i\vec{k} \circ \vec{\rho}) d\Theta, \quad E_{y0}(\vec{\rho}) = \int \tilde{E}_{y0}(z, \Theta) \exp(-i\vec{k} \circ \vec{\rho}) d\Theta, \quad (227)$$

gdzie $\vec{\rho} = [x, z]$, $\Theta = \angle(\vec{k}, OZ)$, $\vartheta = \angle(\vec{q}, OX)$. W wyrażeniu (227) zaniedbano zmiany wektora falowego w wiązках ugiętych. Jest to poprawne dla niezbyt wysokich rzędów dyfrakcyjnych, niezbyt wysokich częstotliwości fal akustycznych oraz dla ośrodków izotropowych optycznie. Założenia te są spełnione w tzw. małokątowym oddziaływaniu akustooptycznym. W tej sytuacji układ równań (215) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_m(z, \Theta_m)}{\partial z} = & \frac{-ikC}{4\cos(\Theta_{m-1})} u(z, x_{m-1}) \tilde{E}_{m-1}(z, \Theta_{m-1}) + \\ & + \frac{-ikC}{4\cos(\Theta_{m+1})} u^*(z, x_{m+1}) \tilde{E}_{m+1}(z, \Theta_{m+1}), \end{aligned} \quad (228)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \sin \Theta_m = \frac{k_{mx}}{k} \cong \Theta_m, \quad \sin \Theta_{m\pm 1} = \frac{k_{mx} \pm q_x}{k}, \\ \Theta_{m\pm 1} = \Theta_m \pm 2\Theta_B, \quad x_{m\pm 1} = z \tan(\Theta_m \pm \Theta_B). \end{aligned} \quad (229)$$

Ponadto $C = -\varepsilon p$, gdzie p jest odpowiednią stałą fotosprężystą, k_{mx} jest składową OX wektora falowego w m -tym rzędzie dyfrakcyjnym, a indeks $*$ oznacza wielkość zespolenie sprzężoną. Całkując równania (228) po z otrzymujemy

$$\tilde{E}_m = \delta_{m0} \tilde{E}_{y0} - ia_{m-1} \int_{-\infty}^z u_{m-1}^+ \tilde{E}_{m-1} dz - ia_{m+1} \int_{-\infty}^z u_{m+1}^- \tilde{E}_{m+1} dz, \quad (230)$$

gdzie dla uproszczenia pominięto argumenty amplitud oraz wprowadzono oznaczenia:

$$a_m = \frac{kC}{4\cos(\Theta_m)}, \quad u_m^+ = u(z, x_{m+1}), \quad u_m^- = u^*(z, x_{m-1}). \quad (231)$$

Zaletą wyrażeń (230) jest to, że można je stosować rekurencyjnie. Ten sposób postępowania jest charakterystyczny dla analizy rozpraszania wielokrotnego. Wyznaczenie amplitudy w m -tym rzędzie dyfrakcyjnym wymaga obliczenia udziałów wynikających z rozproszeń zachodzących po wszystkich możliwych „trajektoriach” od wiązki padającej (E_{y0}) do wiązki m -tej (tzn. dowolną ilość razy poprzez wszystkie inne wiązki). Takie rozpraszanie wielokrotne można wygodnie zilustrować za pomocą diagramów Feynmana. Formalnie można to zapisać w postaci

$$\tilde{E}_m = \hat{R} * \tilde{E}_{y0}, \quad (232)$$

gdzie $\hat{R}^*$ jest właśnie operatorem sumowania po wszystkich sekwencjach prowadzących od wiązki padającej do m -tej. Autorzy omawianych prac pokazali, że jeżeli oddziałują fale płaskie, to zaproponowana przez nich metoda obliczeniowa prowadzi do znanych powszechnie rezultatów (wzory (213) i (217)). Metodę tę Autorzy zastosowali także do opisu oddziaływania akustooptycznego w zakresie okołobraggowskim, gdzie inne metody analityczne są mało dokładne (por. Phariseau [93], Klein i Cook [94]). Należy jednak dodać, że w ogólnym przypadku metoda ta jest bardzo żmudna i wymaga użycia komputerów o dużej mocy obliczeniowej. To ostatnie ograniczenie we współczesnych czasach zapewne jest mniej istotne.

Bardzo szeroka fourierowska analiza oddziaływań akustooptycznych wiązek o dowolnych rozkładach amplitud została przeprowadzona w książce Balakshiego i in. [68]. Równanie (205) Autorzy zapisują w postaci

$$\Delta E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{2n\Delta n}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (a(x, y, z, t)E), \quad (233)$$

gdzie $a(x, y, z, t)$ jest unormowaną do jedności funkcją opisującą zmiany przestrzenno-czasowe współczynnika załamania światła. Zmiany te przedstawiono przy pomocy rozwinięcia fourierowskiego w postaci

$$a(x, y, z, t) = \frac{1}{8\pi^3} \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{a}(z, q_x, q_y, \Omega) \exp[i(\vec{q} \circ \vec{r} - \Omega t)] dq_x dq_y d\Omega. \quad (234)$$

Należy zauważyć, że zmiany współczynnika załamania opisują relacje (207) i (209), które zawierają gradient pola akustycznego i wprowadzona funkcja $a(x, y, z, t)$ musi wyrażać się poprzez ten gradient. Kolejną istotną nowością jest postać rozwinięcia fourierowskiego pola elektrycznego fali świetlnej w obszarze oddziaływania, które przyjęto w postaci:

$$E(x, y, z, t) =$$

$$\frac{1}{8\pi^3} \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} [\tilde{E}^+(z, k_x, k_y, \omega) e^{ik_z z} + \tilde{E}^-(z, k_x, k_y, \omega) e^{-ik_z z}] \exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)] dk_x dk_y d\omega, \quad (235)$$

przy czym powinien być spełniony warunek „cechowania”:

$$\frac{\partial \tilde{E}^+}{\partial z} e^{ik_z z} + \frac{\partial \tilde{E}^-}{\partial z} e^{-ik_z z} = 0. \quad (236)$$

Funkcja $\tilde{E}^+$ przedstawia fale biegnące w dodatnim kierunku osi OZ , a funkcja $\tilde{E}^-$ fale biegnące w kierunku przeciwnym, czyli odbite od obszaru z falą akustyczną i/lub innych elementów optycznych znajdujących za tym obszarem w kierunku propagacji fali padającej. W tej sytuacji falę padającą można przedstawić w postaci

$$E_y = \frac{1}{8\pi^3} \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_y^+(z_l, k_x, k_y, \omega) \exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)] dk_x dk_y d\omega. \quad (237)$$

Wstawiając zależności (234) i (235) do (233) otrzymujemy układ równań dla poszukiwanych funkcji $\tilde{E}^\pm$. Układ ten Autorzy podręcznika [68] rozwiązują w różnych sytuacjach szczególnych, których omawianie tutaj nie jest niezbędne. W szczególności określają, kiedy konieczne jest uwzględnienie fal odbitych. Zachodzi to między innymi dla dostatecznie wąskich obszarów oddziaływania w oddziaływaniu Ramana-Natha, a także w oddziaływaniu Bragga, gdy wektor falowy fali akustycznej ma dostatecznie dużą składową w kierunku propagacji fali świetlnej.

Na zakończenie tego krótkiego przeglądu prac poświęconych zastosowaniu metody transformacji Fouriera w akustooptyce należy stwierdzić, że jest on dalece niekompletny. Jednakże jego celem było zaprezentowanie idei samej metody, jej możliwości, przyjmowanych założeń i stosowanych uproszczeń. Spośród pominiętych prac zdaniem autora należałoby jeszcze wymienić przynajmniej prace Głinskiego ((1978) [95], (1979) [96], (1984) [97]), pracę Hendersona [98], kolejne prace Korpela i współpracowników (Korpel i in. [99], Venzke i in. [100], Banerjee i Tarn [101], Banerjee i in. [102]), pracę Vanaverbeke'a i Loroy [103], oraz – jedne z najnowszych – prace Parygina i współpracowników (Vershubskii i Parygin [104], Parygin i Vershubskii [105], Vershubskii i in. [106]).

5.2.2 Zastosowanie metod tradycyjnej optyki geometrycznej

Metody optyki geometrycznej w teorii zjawiska akustooptycznego są stosowane w zasadzie na dwa sposoby. Po pierwsze, jako metody pomocnicze, pozwalające względnie łatwo ustalić pewne jakościowe aspekty geometryczne tego zjawiska. Następnie wyniki te mogą stanowić bazę do sformułowania odpowiednich (uproszczonych) równań falowych czy też całkowych. Do tego typu prac można zaliczyć pracę Foxa [107] oraz prace Korpela i współpracowników (Korpel i in. [99], Korpel i Mehrl [108]). Szerokie omówienie możliwości takiego opisu można znaleźć w kolejnej pracy Korpela (2001) [109]. Do drugiej grupy należą prace, w których konsekwentnie stosuje się teorię eikonu oraz rozwinięcie Debye'a (Luneburga-Kleina) – por. rozdz. 4.1. Takie postępowanie jest w pełni równoważne rozwiązaniu równania Helmholtza dla danego równania falowego (np. (205)). Do tej grupy należą rozdz. 3 w książce Berry'ego [110] oraz poprzednie prace autora – Bukowski (1998a) [111], Bukowski (2004a) [112], Bukowski (2004b) [113]. Ta praca powstała w 2004 r. dm

Jak już wspomniano, pierwszą pracą, w której zastosowano metody optyki geometrycznej do opisu zjawiska akustooptycznego, była praca Lucasa [70]. Kolejne prace zostały opublikowane przez Nomoto ((1) [114] i (2) [115]) oraz Pouliquena i Segarda ((1)-[116] i (2)-[117]). O ile praca Lucasa [70] jest często cytowana w literaturze (jako jedna z pierwszych prac dotyczących akustooptyki), o tyle pozostałe z wymienionych powyżej prac nie są zauważane. Zapewne jest to związane z faktem, że wyniki uzyskane metodami falowymi okazały się znacznie dokładniejsze. We wszystkich tych pracach wykazano, że promienie świetlne w polu fali sprężystej ulegają deflekcji (wygięciu). Jest to wynik spodziewany, gdyż fala sprężysta – poprzez zjawisko fotosprężystości (207) – wywołuje gradienty współczynnika załamania światła ośrodka. Powszechnie zaś znanym faktem, wynikającym z praw optyki geometrycznej (por. Born i Wolf [1], Krawcow i Orłow [21]), jest defleksja promieni świetlnych w stronę większych wartości współczynnika załamania światła. Zjawisko to jest wykorzystywane w refrakcyjnych akustooptycznych deflektorach światła (Rebrin [72]). Fakt ten stoi w pewnej sprzeczności z założeniem, że akustyczna siatka dyfrakcyjna jest siatką czysto fazową. W każdym razie założenie to może być wystarczająco dokładnie spełnione tylko w określonych warunkach: niezbyt duże gradienty współczynnika załamania (niskie częstotliwości fali akustycznej) i/lub niezbyt długie drogi oddziaływania światła z falą akustyczną. Jak wiadomo, warunki te są dobrze spełnione w oddziaływaniu Ramana-Natha.

Odpowiednia wersja teorii eikonu dla oddziaływania Bragga została opracowana przez Korpela (1970) [118].

Należy podkreślić, że w wymienionych wcześniej pracach wyniki uzyskane metodami optyki geometrycznej nie różnią się od uzyskanych metodami falowymi i dlatego nie będą tutaj szczegółowo omawiane.

5.2.3. Zastosowanie metody zespolonej optyki geometrycznej

Fala ultradźwiękowa propagująca się w jednorodnym optycznie ośrodku dielektrycznym wywołuje w tym ośrodku, poprzez zjawisko fotosprężyste, zmiany przenikalności elektrycznej. W przypadku fali podłużnej propagującej się w dodatnim kierunku osi OX zmiany te można zamodelować wyrażeniami

$$\begin{aligned} n^2(\vec{r}, t) &= n_0^2 + v(\vec{r}, t), \\ v(\vec{r}, t) &= 2n_0\Delta n_0 \exp(-\alpha(x+h)) \cos(q(x+h) - \Omega t + \Phi) \Delta H(z_l, z_p) = \\ &= 2n_0\Delta n_0 N(x) \Delta H(z_l, z_p), \end{aligned} \quad (238)$$

gdzie

$$\begin{aligned} N(x) &= \exp[-\alpha(x+h)] \cos[q(x+h) - \Omega t + \Phi]; \\ \Delta H(z_l, z_p) &= H(z - z_l) - H(z - z_p). \end{aligned} \quad (239)$$

W powyższych wzorach α oznacza współczynnik tłumienia fali akustycznej, $x = -h$ jest położeniem przetwornika ultradźwiękowego (lub płaszczyzną wejściową fali akustycznej), natomiast Φ jest fazą początkową tej fali. Ponadto $H(z)$ oznacza funkcję skokową Heaviside'a. Ze wzorów (238) wynika, że tłumiona fala akustyczna o częstotliwości Ω i liczbie falowej q wywołuje niewielkie zmiany współczynnika załamania światła ośrodka o amplitudzie $\Delta n_0 \ll n_0$ (na powierzchni przetwornika). Wartość tej amplitudy wynika z geometrii oddziaływania akustooptycznego, własności ośrodka i amplitudy (lub mocy) fali akustycznej, jak to określają zależności (207) i (209). Szczegóły można znaleźć w podręcznikach, np. Balakshij i in. [156], Sapriel [76], Śliwiński [69], Sirotin i Shaskolskaya [74], Kleszczewski (1979) [119], i w innych. Założono tutaj, że zmiany współczynnika załamania wzdłuż osi OY są zanedbywalne – wiązka akustyczna propaguje się w dobrze określonej kolumnie ograniczonej płaszczyznami $z = z_l$ i $z = z_p$, a rozmiary wiązki akustycznej wzdłuż osi OY są znacznie większe od szerokości wiązki optycznej. Wprowadzona powyżej funkcja $N(x)$ (239) jest także funkcją czasu, czego wyrażnie nie wprowadzono do jej

argumentów. Zależność ta nie wpływa istotnie na przebieg oddziaływania obu fal, co wynika z ogromnej różnicy ich prędkości. Dzięki temu zmiany współczynnika załamania światła wywołane falą akustyczną dla fali świetlnej mają charakter quasi-statyczny.

Ponieważ są spełnione warunki do stosowania rachunku zaburzeń dla promieni, więc odpowiednią poprawkę możemy wyznaczyć ze wzoru (121). Uwzględniając (238) oraz całkując wzdłuż niezaburzonego promienia (132) otrzymujemy:

$$\vec{r}_1 = \int_0^{\tau} (\tau - \tau') \frac{1}{2} \vec{\nabla} v(\vec{r}_0(\tau')) d\tau' \cong [x_1(\xi, \tau), 0, z_1(\xi, \tau)], \quad (240)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} x_1(\xi, \tau) &= \Delta n_0 n_0 (\tau - \tau_s) N_x(x_{0s}) \tau_{pl}; \quad z_1(\xi, \tau) = z_{1l}(\xi, \tau) - z_{1p}(\xi, \tau) \\ z_{1\beta}(\xi, \tau) &= \Delta n_0 (\tau - \tau_\beta) N(x_{0\beta}) H(\tau - \tau_\beta), \text{ dla } \beta = l, p; \end{aligned} \quad (241)$$

a także:

$$N_x(x_{0s}) = \left. \frac{\partial N(x)}{\partial x} \right|_{x_{0s}} = -\sqrt{\alpha^2 + q^2} \exp[-\alpha(x_{0s} + h)] \sin[q(x_{0s} + h) - \Omega t + \Phi + \varphi_\alpha]; \quad (242)$$

$$\begin{aligned} x_{0\beta} &= \xi \left(1 + i \frac{n_0 \tau_\beta}{z_{Rc}} \right) \text{ dla } \beta = s, l, p; \\ \tau_s &= \frac{1}{2} [(\tau + \tau_l) H(\tau - \tau_l) + (\tau_p - \tau) H(\tau - \tau_p)]; \\ \tau_{pl} &= (\tau - \tau_l) H(\tau - \tau_l) - (\tau - \tau_p) H(\tau - \tau_p); \\ \tau_l &= \tau(z_l), \quad \tau_p = \tau(z_p), \quad \tan(\varphi_\alpha) = \frac{\alpha}{q}. \end{aligned} \quad (243)$$

Przy obliczaniu wielkości $x_1(\xi, \tau)$ zastosowano przybliżoną metodę całkowania – metodę punktu środkowego. Metoda ta, w rozpatrywanym przypadku zastosowania rachunku zaburzeń, zapewnia wystarczającą dokładność i jednocześnie pozwala na uzyskanie znacznie bardziej zwartych formuł. Wobec tego, dla $\tau > \tau_p$ (obszar, w którym zazwyczaj odbywa się detekcja), równania dla poprawionych trajektorii promieni są następujące:

5.2.3.5. Rozkłady natężenia pola elektrycznego i natężenia światła w zaburzonej wiązce gaussowskiej

Dysponując wszystkimi elementami możemy napisać końcowe wyrażenie na rozkład natężenia pola elektrycznego w wiązce gaussowskiej zmodyfikowanej przez rozpatrywane oddziaływanie z falą ultradźwiękową:

$$E_y(\vec{r}_D) \equiv A_0(\vec{r}_D)[1 + a_1(\vec{r}_D)] \exp[ik_0(\psi_0(\vec{r}_D) + \psi_{1r}(\vec{r}_D))] = E_{yg}(\vec{r}_D)[1 + a_1(\vec{r}_D)] \exp[ik_0\psi_{1r}(\vec{r}_D)] . \quad (265)$$

W tym wyrażeniu E_{yg} oznacza rozkład natężenia pola elektrycznego w niezaburzonej wiązce gaussowskiej ((143) lub (202)). Ponadto, biorąc pod uwagę, że obie poprawki (a_1 i ψ_{1r}) są zespolone i stosując pierwszy rząd dokładności mamy

$$1 + a_1(\vec{r}_D) = 1 + a_{1R}(\vec{r}_D) + ia_{1I}(\vec{r}_D) \equiv (1 + a_{1R}(\vec{r}_D)) \exp(ia_{1I}(\vec{r}_D)), \\ \exp[ik_0(\psi_{1r}(\vec{r}_D))] \equiv \exp[ik_0(\psi_{1R}(\vec{r}_D))][1 - k_0\psi_{1I}(\vec{r}_D)], \quad (266)$$

co daje:

$$E_y(\vec{r}_D) \equiv E_{yg}(\vec{r}_D)[1 + a_{1R}(\vec{r}_D) - k_0\psi_{1I}(\vec{r}_D)] \exp[i(k_0\psi_{1R}(\vec{r}_D) + a_{1I}(\vec{r}_D))] . \quad (267)$$

Wykorzystując fakt, że wszystkie składniki poprawek są modulowane harmonicznymi, po elementarnych lecz dość uciążliwych obliczeniach możemy zapisać:

$$k_0\psi_{1R}(\vec{r}_D) + a_{1I}(\vec{r}_D) = a_e(\vec{r}_D) \sin(\varphi_s(t) + \varphi_e(\vec{r}_D)) , \\ a_{1R}(\vec{r}_D) - k_0\psi_{1I}(\vec{r}_D) = a_A(\vec{r}_D) \sin(\varphi_s(t) + \varphi_A(\vec{r}_D)) , \quad (268)$$

gdzie

$$\varphi_s(t) = q(x_{D0sR} + h) - \Omega t + \Phi , \quad x_{D0sR} = \text{Re}(x_{D0s}) = \text{Re} \left[x_D \frac{z_R + i(z_s - L)}{z_R + i(z_D - L)} \right] . \quad (269)$$

Odpowiednie wyrażenia na rzeczywiste wielkości a_e , φ_e oraz a_A i φ_A (amplitudy i fazy poprawek do eikonu i do amplitudy fali), nie są tutaj przytaczane ze względu na ich rozbudowaną postać (ponadto, do obliczeń numerycznych ich jawna postać nie jest konieczna – wystarczą postaci zespolone a_1 (263) i ψ_{1r} (257)). Podstawiając relacje (268) do (267) otrzymujemy:

$$E_y(\vec{r}_D) \equiv E_{yg}(\vec{r}_D)[1 + a_A(\vec{r}_D) \sin(\varphi_s(t) + \varphi_A(\vec{r}_D))] \exp[ia_e(\vec{r}_D) \sin(\varphi_s(t) + \varphi_e(\vec{r}_D))] . \quad (270)$$

Jeżeli są spełnione warunki do tego, aby fala akustyczna stanowiła siatkę dyfrakcyjną dla fali świetlnej, czyli gdy średnica wiązki świetlnej jest przynajmniej kilkakrotnie większa od długości fali akustycznej, to w celu wyodrębnienia z wyrażenia (270) poszczególnych rzędów dyfrakcyjnych można zastosować procedurę podaną przez Bergmana [71] (McLachlan [79], por. (213)):

$$E_y(\vec{r}_D) \cong$$

$$E_{yg}(\vec{r}_D)[1 + a_A(\vec{r}_D)\sin(\varphi_s(t) + \varphi_A(\vec{r}_D))]\sum_{m=-\infty}^{+\infty} i^m J_m(a_e(\vec{r}_D))\exp[im(\varphi_s(t) + \varphi_e(\vec{r}_D))] \quad (271)$$

W porównaniu z wyrażeniem (213), otrzymanym w ramach klasycznej (falowej) akustooptyki, widać kilka istotnych różnic. Przede wszystkim zmienił się argument funkcji Bessela J_m , przy czym łatwo sprawdzić, że a_e jest proporcjonalne do parametru Ramana-Natha p_{RN} . Ponadto widać, że we wszystkich rzędach dyfrakcyjnych występują dodatkowe modulacje amplitud przez poprawki amplitudowe a_A oraz dodatkowe przesunięcia fazowe poprzez poprawki fazowe φ_e .

Znajomość rozkładu natężenia pola elektrycznego w wiązce sondującej jest ważna z teoretycznego punktu widzenia, natomiast z eksperymentalnego punktu widzenia jest istotny rozkład natężenia światła w tej wiązce. Biorąc pod uwagę, że natężenie światła jest proporcjonalne do kwadratu modułu amplitudy natężenia pola elektrycznego oraz że częstotliwość fali akustycznej jest znacznie mniejsza od częstotliwości fali świetlnej, możemy napisać wyrażenie na rozkład natężenia światła w m -tym rzędzie dyfrakcyjnym w postaci:

$$I_m(\vec{r}_D) \cong I_g(\vec{r}_D)[1 + 2a_A(\vec{r}_D)\sin(\varphi_s(t) + \varphi_A(\vec{r}_D))]J_m^2(a_e(\vec{r}_D)). \quad (272)$$

Tutaj I_g oznacza rozkład natężenia światła w niezaburzonej wiązce gaussowskiej. Jak widać, natężenie światła w każdym rzędzie dyfrakcyjnym jest modulowane z częstotliwością fali akustycznej. W akustooptyce fakt ten raczej nie jest wykorzystywany eksperymentalnie. Stosowane detektory na ogół mierzą średnie w czasie natężenie wiązki ugiętej $\bar{I}_m$. W rozpatrywanej geometrii oddziaływania jest istotna tylko zależność od zmiennej x_D , którą w tym przypadku można mierzyć bezpośrednio stosując detektory z odpowiednio wąską szczeliną równoległą do osi OY (lub otworek (pin-hole) w $y_D = 0$) przesuwane wzdłuż osi OX . Wówczas

$$\bar{I}_m(x_D) \cong I_g(x_D)J_m^2(a_e(x_D)), \quad (273)$$

gdzie I_g jest rozkładem natężenia światła w niezaburzonej wiązce gaussowskiej. W przypadku detektora szczelinowego jest to rozkład jednowymiarowy:

$$I_g(x_D) = I_{g0} \frac{b_0}{b(z)} \exp\left(-\frac{x_D^2}{b^2(z)}\right). \quad (274)$$

Tutaj I_{g0} jest natężeniem światła w środku przewężenia wiązki, b_0 jest natężeniowym promieniem wiązki w przewężeniu, a $b(z)$ jest określone przez (4) lub (41).