Opinia
w postępowaniu habilitacyjnym pana dra Piotra Szucy

W skład "osiągnięcia naukowego, o którym mowa w art. 16 ust. 2 ustawy", jak to się teraz nazywa rozprawę habilitacyjną, zatytułowanego **Zbieżność ideałowa ciągów i jej zastosowania w teorii funkcji rzeczywistych i kombinatoryce**, wchodzą następujące prace, których współautorem jest pan dr Piotr Szuca:

[**1**] Rafał Filipów, Nikodem Mrożek, Ireneusz Recław, Piotr Szuca, *Ideal convergence of bounded sequences*, J. Symbolic Logic 72(2), 2007, 501-512;

[**2**] Rafał Filipów, Piotr Szuca, *On some questions of Drewnowski and Łuczak concerning submesures on* $\mathbb{N}$, J. Math. Anal. Appl. 371(2), 2010, 655-660;

[**3**] Rafał Filipów, Piotr Szuca, *Density versions of Schur's theorem for ideals generated by submesures*, J. Combin. Theory, Ser. A ,117(7), 2010, 943-956;

[**4**] Rafał Filipów, Piotr Szuca, *Three kinds of convergence and the associated $\mathcal{I}$-Baire classes*, J. Math. Anal. Appl. 391(1), 2011, 1-9;

[**5**] Piotr Szuca, *$\mathcal{F}$-limit points in dynamical systems defined on the interval*, Cent. Eur. J. Math. 2011, DOI:10.2478/s11533-012-0056-0.

Udział procentowy dr. Piotra Szucy w rezultatach uzyskanych w tych pracach jest - zgodnie z oświadczeniami habilitanta i współautorów - proporcjonalny do ilości autorów poszczególnych prac. Głównym nurtem tych prac jest zbieżność ideałowa ciągów liczb rzeczywistych i zagadnienia z tym związane. Gdy $\mathcal{I}$ jest ideałem na zbiorze liczb naturalnych $\mathcal{N}$, to powiemy, że ciąg $\{x_n\} \subset \mathcal{N}$ jest $\mathcal{I}$-zbieżny do liczby rzeczywistej x, jeśli $\forall\, \varepsilon > 0\ \{n \in \mathbb{N} :\ |x - x_n| \geq \varepsilon\} \in \mathcal{I}$.

W pierwszej pracy (której współautorem jest m.in. przedwcześnie zmarły Profesor Ireneusz Recław) autorzy badają ideałową wersję klasycznej własności Bolzano-Weierstrassa: ideał $\mathcal{I}$ ma własność BW, jeśli dla każdego ciągu ograniczonego $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ istnieje zbiór $A \notin \mathcal{I}$ taki, że ciąg $(x_n)_{n\in A}$ jest zbieżny. Podają przykłady ideałów spełniających i niespełniających BW oraz charakteryzują tę własność w różnych terminach, w szczególności w terminach podmiar ϕ na podzbiorach zbioru $\mathbb{N}$.

Druga praca związana jest z rozważanym przez Drewnowskiego i Łuczaka problemem dominowania podmiar, a w szczególności związanych z podmiarami ideałów typu $\mathrm{Exh}\,(\phi)$:$=\{A \subset \mathbb{N} :\ \|A\|_\phi = 0\}$, gdzie ϕ jest podmiarą półciągłą z dołu (tzn. $\phi(A) = \lim_{n\to\infty} \phi(A \cap \{0, 1, \ldots, n\})$ dla każdego $A \subset \mathbb{N}$) oraz

$$\|A\|_\phi = \lim_{n\to\infty} \phi(A \cap \{n, n+1, \ldots\}).$$

Filipów i Szuca dają w [**2**] odpowiedź na postawione przez Drewnowskiego i Łuczaka pytania odnośnie relacji pomiędzy sformułowanymi przez nich własności (A), (B) i (C).

Praca [**3**] dotyczy uogólnień znanego twierdzenia Schura, zgodnie z którym dla dowolnej partycji (pokolorowania) zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N} = C_0 \cup \cdots \cup C_{r-1}$ istnieje $i < r$ oraz liczby $x, y, z \in C_i$ takie, że $x + y = z$. Frankl, Graham i Rödl uogólnili w 1990 roku twierdzenie Schura pokazując, że dla dowolnego pokolorowania $\mathbb{N} = C_0 \cup \cdots \cup C_{r-1}$ istnieje $\delta = \delta(r) > 0$ oraz $i < r$ takie, że

$$\bar{d}(\{x \in \mathbb{N}:\ \bar{d}(\{y \in \mathbb{N}:\ x, y, x+y \in C_i\}) \geq \delta\}) \geq \delta,$$

gdzie

$$\bar{d}(A) = \limsup_{n\to\infty} \frac{\operatorname{card}(A \cap \{0,1,\ldots,n-1\})}{n}$$

jest podmiarą zwaną *górną asymptotyczną gęstością*. W [**3**] pokazano, że wynik Frankla-Grahama-Rödla pozostaje prawdziwy, jeśli $\bar{d}$ zastąpi się dowolną podmiarą postaci $\|\cdot\|_\phi$, o ile $\|\cdot\|_\phi$ jest niezmiennicza ze względu na przesunięcia, W szczególności taką jest podmiara $\bar{d}$ oraz podmiary pochodzące od ideałów typu Erdösa-Ulama, generowanych przez funkcje monotoniczne. Pokazano też, że dla takich podmiar ideał Exh (ϕ) ma własność BW wtedy i tylko wtedy, gdy stała δ nie zależy od liczby kolorów r.

Mówimy, że ciąg funkcji $f_n\ :\ X \to \mathbb{R}$ $(n \in \mathbb{B})$ jest $\mathcal{I}$-punktowo zbieżny do $f\ :\ X \to \mathbb{R}$, jeśli $\mathcal{I} - \lim f_n(x) = f(x)$ dla każdego $x \in X$. Laczkovich i Recław (2009) pokazali, że dla każdej polskiej przestrzeni X i dla każdego ideału borelowskiego $\mathcal{I}$, albo $\mathcal{I}$ zawiera izomorficzną kopię ideału Fin$\times$Fin$=\{A \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}:\ (\exists N \in \mathbb{N}\ \forall n > \mathbb{N}$ zbiór $\{k:\ (n,k) \in A\}$ jest skończony$\}$, albo każda $\mathcal{I}$-punktowa granica ciągu funkcji ciągłych rzeczywistych na X jest pierwszej kategorii Baire'a W pracy [**4**] autorzy dowodzą tego twierdzenia dla różnych rodzajów zbieżności ideałoweji α-tych klas Baire'a. Przenoszą też na wszystkie klasy Baire'a wynik Debsa i Saint Raymonda (2009), który mówi, że jeśli X jest przestrzenią polską, a $\mathcal{I}$ jest ideałem analitycznym nie zawierającym izomorficznej kopii ideału Fin$\times$Fin, to każda $\mathcal{I}$-punktowa granica ciągu funkcji ciągłych rzeczywistych na X jest pierwszej klasy Baire'a.

Niech $I = [0,1]$ i niech $f:\ I \to I$ będzie ciągła. Połóżmy $f^0(x) = x$, $f^1(x) = f(x)$ orax $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$, $n \in \mathbb{N}$. Niech *ω-granicą funkcji f w punkcie x* będzie z definicji zbiór wszystkich punktów skupienia ciągu $(f^n(x))_{n\in\mathbb{N}}$, czyli

$$\omega_f(x) = \bigcap_{N\in\mathbb{N}} \overline{\{f^n(x):\ n \geq N\}}.$$

Punktem wyjścia dla jedynej samodzielnej pracy [**5**] Piotra Szucy w w jego zestawie habilitacyjnym jest artykuł Brucknera i Cedera (1992), w którym podają oni warunki równoważne na ciągłość odwzorowania $\omega:\ x \to \omega_f(x)$. W głównym Twierdzeniu 2 pracy [**5**] autor uzupełnia warunki Brucknera i Cedera swoimi nowymi czterema warunkami, sformułowanymi w języku filtrów na $\mathbb{N}$, czyli rodzin podzbiorów zbioru $\mathbb{N}$, które są zamknięte ze względu na branie nadzbiorów i skończonych przecięć ich elementów. Wynik ten uogólnia w szczególności rezultaty Garcia-Ferreiry i Sanchisa (2007) dotyczące ciągłości odwzorowania $x \to f^p(x)$, gdzie $f^p(x)$ oznacza granicę ciągu iteracji $f^n(x)$ $(n \in \mathbb{N})$ ze względu na ultrafiltr p na $\mathbb{N}$.

Oprócz omówionych wyżej prac, dr Piotr Szuca jest autorem lub współautorem 15 innych publikacji, z których 9 ukazało się w czasopismach z listy filadelfijskiej (o zróżnicowanym "ciężarze gatunkowym"). Wszystkie dotyczą klasycznych zagadnień funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej. Nie będę ich omawiał bowiem zrobił to wyczerpująco habilitant w swoim autoreferacie.

Po lekturze przesłanych mi materiałów nasuwają się następujące uwagi.

1) Dorobek naukowy dr. Piotra Szucy jest na pozór liczny: składa się nań 20 publikacji, z których kilkanaście (dokładnie tego habilitant nie sprecyzował) ukazało się po uzyskaniu stopnia doktora. Należy jednak wziąć pod uwagę fakt, że większość tych prac ma kilku autorów i udział dr. Szucy w wielu z nich jest skromny.

2) Problematyka, której dotyczą prace habilitanta, jest ciekawa, obfitująca w wiele problemów, acz dość wąska. Wyniki dr. Szucy (i jego współautorów) są na ogół uogólnieniami (często łatwymi) znanych rezultatów. Brak w nich - według mnie - nowych, samodzielnych idei.

3) Kilka prac dra Piotra Szucy ukazało się w czasopismach, których na próżno szukać na ogłoszonej niedawno ministerialnej liście punktowanych czasopism (nawet w kategorii "B"). Może też dlatego oddźwięk jego twórczości jest nieimponujący: w bazie MathSciNet znalazłem 24 cytowania habilitanta, w tym 8 autocytowań. Najwięcej cytowań (8, w tym 2 autocytowania) ma praca **[9]** (wchodząca w skład rozprawy doktorskiej) oraz praca **[1]** z zestawu habilitacyjnego (7 cytowań, w tym 3 autocytowania), wspólna z R. Filipów, N. Mrożkiem i I. Recławem.

4) Habilitant nie uczestniczył w żadnym projekcie badawczym o zasięgu krajowym; w finansowaniu swoich badań korzystał jedynie z hojności rodzimego Uniwersytetu Gdańskiego. Nie odbył żadnych staży w ośrodkach zagranicznych. Prezentacja wyników na międzynarodowych konferencjach wygląda bardziej niż skromnie (trzy wystąpienia u naszych południowych sąsiadów i dwa na konferencjach w kraju).

Habilitacja otwiera w Polsce drogę do samodzielnego kształcenia młodej kadry i do mianowania na stanowisko profesora nadzwyczajnego. Nasuwa się więc pytanie, czy - wobec braków, o których wspomniałem wyżej - habilitant jest już do sprawowania tych funkcji przygotowany? W moim przekonaniu - jeszcze nie. Dlatego też nie rekomenduję Radzie Wydziału Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego dopuszczenia pana dr. Piotra Szucy do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

WPleśniak

prof. dr hab. Wiesław Pleśniak
Instytut Matematyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego

Kraków, dnia 12 listopada 2012 roku