



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Analiza funkcjonalna I		11.1.0369	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>drugiego stopnia</b>
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki	Matematyka	<b>forma</b>	stacjonarne
		<b>moduł</b>	matematyka teoretyczna, matematyka nauczycielska, matematyka
		<b>specjalnościowy</b>	stosowana, matematyka finansowa
		<b>specjalizacja</b>	wszystkie
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
dr Jacek Gulgowski; prof. UG, dr hab. Jarosław Pykacz			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		5	
Wykład, Ćw. audytoryjne			
<b>Sposób realizacji zajęć</b>			
zajęcia w sali dydaktycznej			
<b>Liczba godzin</b>			
Ćw. audytoryjne: 30 godz., Wykład: 30 godz.			
<b>Cykl dydaktyczny</b>			
2016/2017 letni			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dyskusja</li> <li>- Rozwiązywanie zadań</li> <li>- Wykład problemowy</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> <li>- Egzamin</li> </ul>	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- egzamin ustny</li> <li>- egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi</li> <li>- kolokwium</li> </ul>	
<b>Podstawowe kryteria oceny</b>			
<b>Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia</b>			
zakładany efekt kształcenia	Egzamin	Zaliczenie	Obserwacja postawy studenta
			Aktywność w dyskusji
Wiedza			
K_W01	+		
K_W02	+		
Umiejętności			
K_U01	+	+	
Kompetencje			
K_K01			+
K_K02			+
K_K04			+
K_K06			+

<p><b>Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi</b></p> <p><b>A. Wymagania formalne</b>  <b>B. Wymagania wstępne</b>                  Student musi mieć zaliczony przedmiot Analiza Matematyczna I.                  Wskazane jest również zaliczenie przedmiotu Analiza Matematyczna II.</p>	
<p><b>Cele kształcenia</b></p> <p>Celem przedmiotu jest przedstawienie podstawowych pojęć i twierdzeń Analizy Funkcjonalnej.</p>	
<p><b>Treści programowe</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Przestrzeń metryczna. Ciąg Cauchy'ego, zupełność, zwartość. Przestrzeń funkcji ciągłych <math>C[a,b]</math>, przestrzenie <math>l^p</math>, <math>L^p(a,b)</math>.</li> <li>2. Metoda odwzorowań zwężających w zupełnej przestrzeni metrycznej. Zastosowania do badania równań nieliniowych: równania całkowe, zagadnienie Cauchy'ego dla równania różniczkowego pierwszego rzędu</li> <li>3. Przestrzenie unormowane, przestrzenie Banacha i ich najprostsze własności geometryczne. Przykłady przestrzeni Banacha. Niezwartość kuli w przestrzeniach unormowanych nieskończenie wymiarowych.</li> <li>4. Przestrzenie unitarne, przestrzenie Hilberta. Nierówność Schwarz'a. Tożsamość równoległoboku. Wzór polaryzacyjny na iloczyn skalarny. Ortogonalizacja bazy. Twierdzenie Schmidta. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym, wyznacznik Grama. Szeregi Fouriera, nierówność Bessela, układ ortonormalny zupełny w przestrzeni Hilberta.</li> <li>5. Odwzorowanie liniowe w przestrzeniach unormowanych i przestrzeniach Banacha. Ograniczoność i ciągłość operatora liniowego, jądro i obraz odwzorowania, odwzorowanie odwrotne. Przestrzeń odwzorowań liniowych, norma odwzorowania. Operatory całkowe.</li> <li>6. Funkcjonały liniowe na przestrzeni unormowanej. Przestrzeń sprzężona z przestrzenią unormowaną. Postać funkcyjałów liniowych na przestrzeniach <math>l^p</math>, <math>L^p(a,b)</math>.</li> <li>7. Twierdzenie Riesz'a o reprezentacji funkcyjału w przestrzeni Hilberta.</li> <li>8. Słaba zbieżność w przestrzeni unormowanej.</li> </ol>	
<p><b>Wykaz literatury</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. A. Alexiewicz - Analiza funkcjonalna, PWN 1968.</li> <li>2. J. Musielak - Wstęp do analizy funkcjonalnej, PWN 1989.</li> <li>3. W. Kołodziej - Wybrane rozdziały analizy matematycznej, PWN 1982.</li> </ol>	
<p><b>Efekty kształcenia (obszarowe i kierunkowe)</b></p>	<p><b>Wiedza</b></p> <p>Student, który zaliczył przedmiot:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zna definicje oraz podstawowe własności pewnych klas przestrzeni liniowo topologicznych (przestrzeni unormowanych, Banacha, unitarnych oraz Hilberta); rozumie związki pomiędzy nimi; zna dowody wybranych własności tych przestrzeni; (K_W01,K_W02)</li> <li>• zna i rozumie podstawowe własności nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli, istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (K_W01,K_W02)</li> <li>• zna własności odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; rozumie równoważne definicje ciągłości odwzorowań liniowych; zna definicję normy odwzorowania liniowego oraz przestrzeni odwzorowań liniowych (K_W01,K_W02)</li> <li>• zna pojęcie funkcyjału liniowego na przestrzeni unormowanej; zna definicję przestrzeni sprzężonej do danej przestrzeni unormowanej; zna postać funkcyjału liniowego na pewnych przestrzeniach (<math>l^p</math>, <math>L^p(a,b)</math>); zna twierdzenie Riesz'a o reprezentacji funkcyjału liniowego w przestrzeni Hilberta; zna pojęcie słabej zbieżności w przestrzeni unormowanej (K_W01,K_W02)</li> <li>• zna pojęcie ortogonalności oraz ortonormalności w przestrzeni unitarnej; zna metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); zna twierdzenie o rzucie ortogonalnym; zna pojęcie zupełności układu ortogonalnego wektorów oraz pojęcie szeregu Fouriera; zna nierówność Bessela (K_W01,K_W02)</li> </ul>
	<p><b>Umiejętności</b></p> <p>Student, który zaliczył przedmiot:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• umie sprawdzić czy odwzorowanie jest normą w przestrzeni liniowej; umie sprawdzić czy podane odwzorowanie jest iloczynem skalarnym w przestrzeni liniowej; umie zbadać równoważność norm; potrafi podać przykłady przestrzeni unormowanych, unitarnych, Banacha i Hilberta (w tym odpowiednich przestrzeni funkcyjnych) (K_U01)</li> <li>• umie wskazać podstawowe własności nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha (niezwartość kuli, istnienie nieciągłych odwzorowań liniowych, istnienie nierównoważnych norm) (K_U01)</li> </ul>

- umie sprawdzić ciągłość odwzorowań liniowych pomiędzy przestrzeniami unormowanymi; umie znaleźć normy pewnych odwzorowań liniowych (takich jak operatory całkowe) (K\_U01)
- umie policzyć normę funkcjonału liniowego w pewnych przestrzeniach ( $L^p$ ,  $L^p(a,b)$ ); umie policzyć normę funkcjonału liniowego na przestrzeni Hilberta w oparciu o twierdzenie Riesz; umie sprawdzić słabą zbieżność ciągu w przestrzeni Hilberta (K\_U01)
- umie zastosować metodę ortogonalizacji bazy (twierdzenie Schmidta); umie znaleźć rzut ortogonalny punktu na podprzestrzeń liniową; umie znaleźć odległość punktu od podprzestrzeni liniowej; umie znaleźć współczynniki szeregu Fouriera względem danego układu ortonormalnego; umie wykorzystać wymienione tu własności przestrzeni Hilberta w różnych sytuacjach (K\_U01)

#### Kompetencje społeczne (postawy)

##### Student

- zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia (K\_K01)
- potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania (K\_K02)
- rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie (K\_K04)
- potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych (K\_K06)

#### Kontakt

jacek.gulgowski@mat.ug.edu.pl